

# ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА РЕШЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНО ТРУДОЕМКИХ ЗАДАЧ НА РЕКОНФИГУРИРУЕМЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

А.И. Дордопуло, О.В. Катаев, И.И. Левин

Решение сильносвязанных задач математической физики на кластерных многопроцессорных вычислительных системах (МВС), обладающих высокой декларируемой пиковой производительностью, показало низкую эффективность и существенный разрыв между декларируемой пиковой и реальной производительностью. Этот факт обусловлен принципиальными недостатками кластерных МВС, такими как относительно низкая скорость процедур межпроцессорного обмена, ограниченная пропускная способность коммутационной системы, сложность синхронизации множества взаимосвязанных последовательных процессов и т.д.

В отличие от кластерных систем реконфигурируемые вычислительные системы (РВС), разрабатываемые и развиваемые более 20-ти лет в Научно-исследовательском институте многопроцессорных вычислительных систем имени академика А.В. Каляева Южного федерального университета, обеспечивают высокую реальную производительность (не ниже 60% от пиковой) при решении реальных, а не тестовых, прикладных задач. В настоящее время по заданию Федерального агентства по науке и инновациям в рамках государственного контракта №02.524.12.4002 по теме «Создание семейства высокопроизводительных многопроцессорных вычислительных систем с динамически перестраиваемой архитектурой на основе реконфигурируемой элементной базы и их математического обеспечения для решения вычислительно трудоемких задач» для семейства РВС создается комплекс средств разработки прикладных задач.

## СИСТЕМНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

РВС представляет собой высокопроизводительную вычислительную систему, работающую по принципу конвейерной обработки потока данных [1] под управлением хост-компьютера (персонального компьютера). Отличительной особенностью таких систем является возможность изменения архитектуры системы на логическом уровне, что позволяет создавать вычислительный конвейер, соответствующий алгоритму обработки данных на уровне аппаратных устройств для решаемой задачи. Соответствие архитектуры системы информационному графу задачи позволяет достигать высокой реальной производительности, которая, в отличие от большинства МВС кластерной архитектуры, составляет 60-90% от пиковой на широком классе практических прикладных задач таких областей, как математическая физика, цифровая обработка сигналов, линейная алгебра, символьная обработка.

Для создания вычислительного конвейера в РВС используется структурно-процедурный принцип организации вычислений [1,2,3]: если вычислительного ресурса системы достаточно для реализации вычислительной структуры задачи целиком, то система настраивается на вычислительную структуру задачи (структурная реализация); если же ресурса недостаточно, то задача разбивается на информационно-независимые фрагменты, каждый из которых реализуется структурно. Фрагменты последовательно выполняются на РВС под управлением единой процедуры (процедурная реализация), обмен данными между фрагментами при этом происходит через память. Разбиение информационного графа задачи на информационно-независимые фрагменты, называемые кадрами, осуществляется на основе разработанных в [2,3] методов преобразования задач в эффективную кадровую форму.

Программирование РВС значительно сложнее, чем программирование МВС, построенных на основе множества микропроцессоров, поскольку для реконфигурируемых вычислительных систем необходимо задавать как вычислительную структуру системы, так и организовывать потоки данных для вычислительного конвейера. Организация вычислительной структуры называется *структурным* программированием - создание необходимых вычислительных структур в поле логических ячеек ПЛИС и связей между ними, которые определяют устройства обработки данных для информационного графа задачи. Смена вычислительных структур в процессе решения задачи и организация потоков данных получила название *процедурного* программирования [1,3] – управление и синхронизация потоков данных, которые подаются на вход вычислительных конвейеров.

Структурная составляющая описывает аппаратную реализацию информационного графа задачи или его фрагментов и, тем самым, формирует вычислительную структуру РВС как специализированной многопроцессорной системы, ориентированной на решение данной задачи. Процедурная составляющая описывает процедуры чтения и записи данных в каналах распределенной памяти, формирует потоки данных для структурной составляющей и задает последовательность смены кадров. Программирование процедурной составляющей больше схоже с традиционной программой для многопроцессорных вычислительных систем с тем отличием, что программист оперирует не переменными, а потоками данных и организует вычислительный процесс не процедурами с последовательным выполнением операторов, а кадрами с асинхронными операциями в пределах кадра. Для структурного програм-

мирования необходимы знания в области схмотехники, для процедурного – навыки в управлении потоками данных, поскольку в отличие от программ, выполняемых на традиционных микропроцессорах и оперирующих обработкой одного данного, синхронизация потоков данных для асинхронных операций в теле кадра является нетривиальной задачей.

Эффективность вычислительного процесса при реконфигурации архитектуры РВС на структурном, схмотехническом уровне может быть повышена от 10 до 100 раз в зависимости от квалификации специалиста-схмотехника по сравнению с вычислительными системами, архитектура которых не может быть изменена. Это делает, с одной стороны, РВС чрезвычайно привлекательными с точки зрения получения максимальной производительности, а с другой стороны, существенно усложняет процесс программирования, делая его сопоставимым по сложности с созданием новой вычислительной системы и требуя усилий как минимум двух высококвалифицированных специалистов – схмотехника и программиста.

Поэтому для широкого использования РВС необходимо решить проблемы сокращения сроков создания прикладных задач для РВС и упрощения процесса программирования. Решение указанных задач можно достичь созданием комплекса системного программного обеспечения и средств разработки, предоставляющих пользователю РВС возможность организации параллельных вычислительных процессов на основе новых методов и средств и удовлетворяющих следующим требованиям:

- возможности программирования как структурной, так и процедурной составляющих на языке высокого уровня;
- наличие средств, позволяющих осуществлять реконфигурацию прикладных задач без участия высококвалифицированного схмотехника;
- обеспечению совместимости и переносимости проектов между РВС разных архитектур;
- возможности масштабирования прикладной задачи при увеличении ресурса;
- возможности удаленного использования вычислительных ресурсов РВС.

На основе этих требований к системному программному обеспечению для РВС, ведется создание комплекса СПО и средств разработки[4], структура которого представлена на рис.1. По функциональному назначению комплекс системного программного обеспечения разделяется на комплекс средств разработки прикладных программ, средства администрирования вычислительных ресурсов РВС и комплекс служебных программ и драйверов.



Рис.1. Структура комплекса системного программного обеспечения и средств разработки для РВС

Программный комплекс средств разработки прикладных программ содержит: язык ассемблера Argus v.3.0; язык структурно-процедурного программирования высокого уровня COLAMO v.2.0; интегрированную среду разработки аппаратно-программных решений прикладных задач Argus IDE v.3.0, единую для всех представителей РВС и поддерживающую языки программирования Argus v.3.0 и COLAMO v.2.0; среду разработки вычислительных

структур для синтеза масштабируемых параллельно-конвейерных процедур, оперирующую библиотекой схемных решений (IP-ядер).

Язык структурно-процедурного программирования высокого уровня COLAMO [2, 3,5] обеспечивает синтаксическую поддержку реконфигурации аппаратной платформы PBC и возможность использования элементов библиотеки масштабируемых IP-ядер. Транслятор COLAMO v.2.0 для всех представителей семейства PBC обеспечивает трансляцию исходного кода программы в язык ассемблера Argus v.3.0 и в VHDL посредством среды разработки масштабируемых параллельно-конвейерных процедур Fire!Constructor, создавая тем самым конфигурационные файлы для ПЛИС.

Язык структурно-процедурного программирования Argus представляет собой низкоуровневый язык (ассемблер), предназначенный для описания процедурной составляющей прикладной параллельной программы PBC [2,3] и структурной составляющей в виде коммутации универсальных макропроцессоров или специализированных схмотехнических решений. Язык Argus необходим для организации потоков данных на уровне команд контроллеров распределенной памяти и создания программ, использующих топологические и архитектурные особенности базовых модулей PBC. Программирование на языке Argus, как и на любом языке ассемблера, требует от программиста обширных знаний в области аппаратного обеспечения PBC, команд контроллеров распределенной памяти и взаимосвязей между структурными элементами системы.

Интегрированная среда разработки Argus IDE предназначена для интерактивной разработки параллельных программ на языках высокого уровня COLAMO и языке ассемблера Argus в едином языковом пространстве. Среда Argus IDE, объединяя в своем составе трансляторы языков COLAMO и Argus, обеспечивает эффективную разработку масштабируемых параллельных программ для PBC.

В среде Fire!Constructor на основе библиотеки IP-ядер и интерфейсов структурная составляющая прикладной программы распределяется по микросхемам ПЛИС с учетом связей между кристаллами и транслируется в конфигурационные файлы ПЛИС с помощью САПР схмотехнических решений Xilinx.

Средства администрирования вычислительных ресурсов и служебные программы предоставляют пользователю дополнительные возможности по управлению и использованию вычислительных ресурсов PBC.

Создаваемый комплекс системного программного обеспечения предназначен для создания эффективных прикладных программ для PBC при решении задач различных предметных областей.

#### ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Одной из практических задач, решаемых на PBC, является математическое моделирование гидрофизических и биогеохимических процессов в Азовском море[6], которую можно условно разделить на построение поля скоростей для трехмерной модели гидродинамики водоема и реализацию модели биогеохимических процессов в Азовском море.

Построение поля скоростей основано на сложной модели турбулентного движения жидкости, включающей уравнения движения по двум координатным направлениям и уравнение неразрывности. Уравнение модели турбулентного движения жидкости рассматривается в прямоугольной области геоинформационной системы Азовского моря с шагом по горизонтальным координатным направлениям 50-1000 м. Поставленную задачу гидродинамики условно можно разбить на три конечно – разностные подзадачи.

Исходными уравнениями гидродинамики для первой подзадачи являются уравнение движения (Навье – Стокса) (1-3) и уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости (4):

$$u'_t + uu'_x + vv'_y + ww'_z = -\frac{1}{\rho} P'_x + (\mu u'_x)'_x + (\mu u'_y)'_y + (\nu u'_z)'_z + 2 \Omega (v \sin \theta - w \cos \theta), \quad (1)$$

$$v'_t + uv'_x + vv'_y + wv'_z = -\frac{1}{\rho} P'_y + (\mu v'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (\nu v'_z)'_z + 2 \Omega u \sin \theta, \quad (2)$$

$$w'_t + uw'_x + vw'_y + ww'_z = -\frac{1}{\rho} P'_z + (\mu w'_x)'_x + (\mu w'_y)'_y + (\nu w'_z)'_z + 2 \Omega u \cos \theta, \quad (3)$$

$$u'_x + v'_y + w'_z = 0 \quad (4),$$

где  $V = \{u, v, w\}$  – компоненты вектора скорости,  $P$  – давление,  $\rho$  – плотность,  $\mu$  – коэффициент турбулентной вязкости,

Вторая подзадача - расчет давления, представленный уравнением Пуассона, является наиболее вычислительно трудоемкой частью всего алгоритма;

$$P_{\bar{x}x} + P_{\bar{y}y} + P_{\bar{z}z} = \frac{\rho}{\tau} ((\tilde{u})_{\bar{x}} + (\tilde{v})_{\bar{x}} + (\tilde{w})_{\bar{x}}) \quad (5)$$

По явной схеме в третьей подзадаче определяется поле скоростей на следующем шаге по времени

$$\begin{aligned}\frac{\hat{u}-\tilde{u}}{\tau} &= -\frac{1}{\rho} P_x, \\ \frac{\hat{v}-\tilde{v}}{\tau} &= -\frac{1}{\rho} P_y, \\ \frac{\hat{w}-\tilde{w}}{\tau} &= -\frac{1}{\rho} P_z.\end{aligned}\quad (6)$$

Условием окончания перехода между временными слоями является установление значений поля скорости. Уравнения (1 – 5) решаются попеременно-треугольным методом градиентного спуска [7].

Математическая модель второй части задачи описывается уравнением:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} = \mu \left( \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} \right) + R \quad (7)$$

Для решения данной задачи используется неявная конечно разностная схема:

$$\begin{aligned}\frac{\bar{q}_{i,j}^{n+1,m} - \bar{q}_{i,j}^{n,m}}{\tau} + \bar{u}_{i,j}^n \frac{\bar{q}_{i+1,j}^{n+1,m} - \bar{q}_{i-1,j}^{n+1,m}}{2h_x} + \bar{v}_{i,j}^n \frac{\bar{q}_{i,j+1}^{n+1,m} - \bar{q}_{i,j-1}^{n+1,m}}{2h_y} = \\ = \mu_{i,j} \frac{\bar{q}_{i+1,j}^{n+1,m} - 2\bar{q}_{i,j}^{n+1,m} + \bar{q}_{i-1,j}^{n+1,m}}{h_x^2} + \mu_{i,j} \frac{\bar{q}_{i,j+1}^{n+1,m} - 2\bar{q}_{i,j}^{n+1,m} + \bar{q}_{i,j-1}^{n+1,m}}{h_y^2} + R_{i,j}^{n,m}\end{aligned}\quad (8)$$

где  $\tau$  – шаг по времени,  $m$  – указывает на вид субстанции,  $\mu_{i,j}$  – массив коэффициентов турбулентного обмена,  $R_{i,j}^{n,m}$  – химико-биологические источники.

Время расчета трехмерной гидродинамической модели Азовского моря на персональном компьютере с производительностью порядка 1,5 ГФлопс составляет порядка 10-ти часов при грубой сетке с шагом 1000 м. Реальные расчеты требуют использования сетки с шагом 50-100 метров по каждому горизонтальному направлению, что увеличивает время работы примерно в 400 раз. При параллельной организации вычислений на кластерной системе из 100 процессоров максимальное ускорение составит всего 1,7 раза, а с учетом издержек на пересылки данных при межпроцессорных коммуникациях ускорение может быть еще меньше.

Базовый модуль РВС с частотой 200 МГц обеспечивает сокращение времени решения в 32 раза по сравнению с персональным компьютером, выигрыш по сравнению с решением рассматриваемой задачи на кластерной системе составит примерно 16 раз. Учитывая характерный для представителей семейства РВС близкий к линейному рост производительности, для ускорения времени решения в четыре раза по сравнению с одним базовым модулем можно использовать рабочую станцию РВС-0.2-РС, состоящую из четырех базовых модулей, что позволит ускорить решение задачи гидродинамики в 128 раз по сравнению с персональным компьютером и в 45 раз по сравнению с кластерной системой.

Второй вычислительно трудоемкой задачей комплекса прикладного программного обеспечения семейства РВС является моделирование движения воздушных масс и процессов их влияния на природные объекты в районе функционирования Ростовской АЭС[8].

Математическая модель состоит из двух частей, первая из которых описывает аэродинамику атмосферы (построение поля скоростей ветров), а вторая - непосредственное распределение концентраций примесей при уже определенном поле скоростей, заданных химических реакциях примесей между собой и с основными составляющими воздуха.

Алгоритм решения задачи построения поля скоростей ветров выглядит следующим образом:

Задается начальное приближение скорости (только) на высоте  $h_a$  по натурным данным измерительного прибора:

$$u(x, y, h_a) = \begin{cases} u_0, h_a > h_0(x, y) \\ 0, h_a \leq h_0(x, y) \end{cases}, \quad (9)$$

$$v(x, y, h_a) = \begin{cases} v_0, h_a > h_0(x, y) \\ 0, h_a \leq h_0(x, y) \end{cases}, \quad (10)$$

$$w(x, y, h_a) = 0 \quad (11)$$

Строится начальное приближение векторного поля на всей области:

$$u(x, y, z_n) = \begin{cases} u_0 \left( z_n \frac{(x, y)}{h_a} \right)^m, & z(x, y) > h_0(x, y) \\ 0, & z(x, y) \leq h_0(x, y) \end{cases} \quad (12)$$

$$v(x, y, z_n) = \begin{cases} v_0 \left( z_n \frac{(x, y)}{h_a} \right)^m, & z(x, y) > h_0(x, y) \\ 0, & z(x, y) \leq h_0(x, y) \end{cases} \quad (13)$$

$$w(x, y, z_n) = 0, \quad (14)$$

где  $m$  – состояние атмосферы,  $z_n(x, y)$  – высота  $n$ -го атмосферного слоя над землей в узле. Строится поле дивергенции:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(u, v, w)(x, y, z) = & \frac{u(x + \Delta x, y, z) - u(x - \Delta x, y, z)}{2 \Delta x} + \\ & + \frac{v(x, y + \Delta y, z) - v(x, y - \Delta y, z)}{2 \Delta y} + \frac{w(x, y, z + \Delta z) - w(x, y, z - \Delta z)}{2 \Delta z} \end{aligned} \quad (15)$$

Строится новое поле скоростей  $u', v', w'$ :

$$\begin{cases} u'(x + \Delta x, y, z) = u(x + \Delta x, y, z) - \frac{\Delta x}{6} \operatorname{div}(u, v, w)(x, y, z) \\ u'(x - \Delta x, y, z) = u(x - \Delta x, y, z) - \frac{\Delta x}{6} \operatorname{div}(u, v, w)(x, y, z) \\ v'(x, y + \Delta y, z) = v(x, y + \Delta y, z) - \frac{\Delta y}{6} \operatorname{div}(u, v, w)(x, y, z) \\ v'(x, y - \Delta y, z) = v(x, y - \Delta y, z) - \frac{\Delta y}{6} \operatorname{div}(u, v, w)(x, y, z) \\ w'(x, y, z + \Delta z) = w(x, y, z + \Delta z) - \frac{\Delta z}{6} \operatorname{div}(u, v, w)(x, y, z) \\ w'(x, y, z - \Delta z) = w(x, y, z - \Delta z) - \frac{\Delta z}{6} \operatorname{div}(u, v, w)(x, y, z) \end{cases} \quad (16)$$

Сглаживание поля ветра:

$$\mathbf{u} = (u, v, w), \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'(x, y, z) = & \frac{1}{2} \cdot \mathbf{u}(x, y, z) + \frac{1}{12} (\mathbf{u}(x + \Delta x, y, z) + \mathbf{u}(x - \Delta x, y, z) + \\ & + \mathbf{u}(x, y + \Delta y, z) + \mathbf{u}(x, y - \Delta y, z) + \mathbf{u}(x, y, z + \Delta z) + \mathbf{u}(x, y, z - \Delta z)) \end{aligned} \quad (18)$$

Вторая подзадача представлена в области  $D_t = D \times [0, T]$ ,  $D = \{x \in [0, X], y \in [0, Y], z \in [0, Z]\}$  уравнением, описывающим перенос, диффузию (дисперсию), эмиссию, влажное осаждение и радиоактивный распад загрязняющего вещества в атмосфере:

$$\left\{ \begin{aligned}
\frac{\partial \varphi}{\partial t} = & -\frac{1}{2} \left( v_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial(v_1 \varphi)}{\partial x} + v_2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial(v_2 \varphi)}{\partial y} + v_3 \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial(v_3 \varphi)}{\partial z} \right) + \\
& + K_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}) + \\
& + E(x, y, z, t) - v_d \varphi - \Lambda \varphi - k_r \varphi, \\
\varphi|_{t=0} = & \varphi_0(x, y, z), \quad \beta \varphi + \gamma \frac{\partial \varphi}{\partial n} |_{\partial D} = \varphi_\Gamma(s, t), \quad s \in \partial D.
\end{aligned} \right. \quad (19)$$

Здесь  $\varphi$  – концентрация загрязняющего вещества,  $v_1, v_2, v_3$  – компоненты вектора скорости;  $K_x, K_y, K_z$  – коэффициенты диффузии;  $E(x, y, z)$  – источник выброса;  $\Lambda$  – скорость влажного осаждения;  $k_r$  – коэффициент радиоактивного распада;  $v_d$  – скорость сухого осаждения,  $\beta, \gamma$  – параметры.

Для расчета распределения концентрации радиоактивной примеси в атмосфере используется следующий алгоритм:

1. Область  $D$  покрывается равномерной сеткой из точек  $(i, j, k)$  с координатами  $x_i = ih_x$ ,  $i = 0, 1, \dots, N_x$ ,  $h_x = X/N_x$ ;  $y_j = jh_y$ ,  $j = 0, 1, \dots, N_y$ ,  $h_y = Y/N_y$ ;  $z_k = kh_z$ ,  $k = 0, 1, \dots, N_z$ ,  $h_z = Z/N_z$ ,  $h_x, h_y, h_z$  – шаги по пространству. Отрезок по времени  $[0, T]$  разбивается на  $M$  частей узлами  $t_n = n\tau$ ,  $\tau$  – шаг по времени. Приближенное решение ищется в виде сеточной функции  $y_{i,j,k}^n$ , которую трактуется как приближенное значение  $\varphi(x_i, y_j, z_k, t_n)$ .

3. В каноническом виде представляется двухслойная операторно-разностная схема.

$$B \frac{y^{n+1} - y^n}{\tau} + Ay^n = f^n, \quad n = 0, 1, \dots \quad (20)$$

Здесь  $A, B$  – линейные операторы (матрицы) в  $H$ ,  $H$  – вещественное конечномерное гильбертово пространство,  $f \in H$ ,  $y_0 \in H$ ,  $y_0$  – начальное условие,  $y^n$  – решение задачи (19) на  $n$ -ом шаге по времени,  $A$  – разностный оператор в области  $D$ .

4. Для аппроксимации конвективных слагаемых в (20) используется схема с центральными разностями на стандартном семиточечном шаблоне, т.к. в этом случае основные свойства дифференциальных операторов, входящих в задачу, сохраняются и в их разностных аналогах.

Коэффициенты матрицы  $A$  уравнения (20)

$$a_{1ijk} = -\frac{K_{x,i,j,k}}{h_x^2} - \frac{1}{4h_x} (u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}), \quad (21)$$

$$a_{2ijk} = -\frac{K_{y,i,j,k}}{h_y^2} - \frac{1}{4h_y} (v_{i,j,k} + v_{i,j-1,k}), \quad (22)$$

$$a_{3ijk} = -\frac{K_{z,i,j,k-1} + K_{z,i,j,k}}{h_z^2} - \frac{1}{4h_z} (w_{i,j,k} + w_{i,j,k-1}), \quad (23)$$

$$a_{4ijk} = 2 \left( \frac{K_{x,i,j,k}}{h_x^2} + \frac{K_{y,i,j,k}}{h_y^2} \right) + \frac{K_{z,i,j,k-1} + 2K_{z,i,j,k} + K_{z,i,j,k+1}}{h_z^2} + k_{r,i,j,k} \quad (24)$$

$$a_{5ijk} = -\frac{K_{z,i,j,k} + K_{z,i,j,k+1}}{h_z^2} + \frac{1}{4h_z} (w_{i,j,k} + w_{i,j,k+1}), \quad (25)$$

$$a_{6ijk} = -\frac{K_{y,i,j,k}}{h_y^2} + \frac{1}{4h_y} (v_{i,j,k} + v_{i,j+1,k}), \quad (26)$$

$$a_{7ijk} = -\frac{K_{x,i,j,k}}{h_x^2} + \frac{1}{4h_x} (u_{i,j,k} + u_{i+1,j,k}), \quad (27)$$

Данные коэффициенты отвечают постановке краевых условий первого рода на границе области расчётов. В работе с краевыми условиями второго рода или третьего рода происходят соответствующие изменения диагонального коэффициента  $a_{4ijk}$  и правой части (в случае неоднородности).

5. Матрица  $A$  разлагается на сумму симметричной и кососимметричной частей:

$$A = A_0 + A_1, A_0 = \frac{1}{2}(A + A^*), A_1 = \frac{1}{2}(A - A^*) \quad (28)$$

Матрица  $A_1$  из разложения (28) представляется в виде  $A_1 = K_U + K + L$  где  $K_U$  и  $K_L$  – верхняя треугольная и нижняя треугольная части матрицы  $A_1$ ,  $K_U = -K_L^*$ .

6. Оператор  $B$  из (20) представляется в следующем виде:

$$B = E + \tau K_L \quad (29)$$

Матрица  $B$  является четырехдиагональной. На главной диагонали все элементы единичные, а элементы поддиагоналей определяются по формулам

$$b_{1ijk} = \frac{\tau}{2}(a_{1ijk} - a_{7i-1jk}) \quad (30)$$

$$b_{2ijk} = \frac{\tau}{2}(a_{2ijk} - a_{6ij-1k}) \quad (31)$$

$$b_{3ijk} = \frac{\tau}{2}(a_{3ijk} - a_{5ijk-1}) \quad (32)$$

7. Решение на новом шаге по времени ищется в виде

$$y^{n+1} = y^n + \tau B^{-1}(f^n - Ay^n) \quad (33)$$

где матрица  $B$  – треугольная, легко обратимая. Причем, затраты на обращение матрицы элементарными гауссовыми преобразованиями составляют половину затрат на матричное умножение с участием матрицы  $A$ , поскольку число диагоналей матрицы  $B$ , исключая главную, в два раза меньше числа диагоналей матрицы  $A$ .

Максимальное ускорение для кластерной системы на ста процессорах для рассмотренной задачи моделирование движения воздушных масс составит всего 5,6 раза, а с учетом издержек на пересылки данных при межпроцессорных коммуникациях ускорение может быть еще меньше (примерно в 1,5 раза), что составит 3,7 раза.

Базовый модуль РВС с частотой 200 МГц обеспечивает сокращение времени решения в 48 раз по сравнению с ПЭВМ, т.е. выигрыш по сравнению с решением рассматриваемой задачи на кластерной системе составит примерно 12 раз.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Создаваемое в рамках проекта системное и прикладное программное обеспечение должно обеспечить потенциальным пользователям представителей семейства РВС удобство программирования сложных практических задач, в том числе и большого размера, решение которых на МВС традиционной архитектуры либо требует недопустимо больших временных затрат, либо вообще невозможно. Реализация прикладных задач пользователей на РВС позволяет обеспечить высокую реальную производительность системы, близкую к пиковой производительности на данной задаче, и достичь практически линейного роста производительности при наращивании аппаратного ресурса.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Воеводин, Вл.В. Воеводин. Параллельные вычисления. - С.-Петербург: Изд-во «БХВ-Петербург», 2002. - 599 с.
2. А.В. Каляев, И.И. Левин. Модульно-наращиваемые многопроцессорные системы со структурно-процедурной организацией вычислений. - М.: Изд-во «Янус-К», 2003. – 380 с.
3. И.А. Каляев, И.И. Левин, Е.А. Семерников, В.И. Шмойлов. Реконфигурируемые мультиконвейерные вычислительные структуры // Под общ. ред. И.А.Каляева. – Ростов/Д: Изд-во ЮНЦ РАН, 2008. - 320 с.
4. А.И. Дордопуло, И.А. Каляев, И.И. Левин, Е.А. Семерников. Семейство многопроцессорных вычислительных систем с динамически перестраиваемой архитектурой // Материалы Четвертой Международной научной молодежной школы «Высокопроизводительные вычислительные системы». - Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2007. – С. 68-74.
5. И.И. Левин. Язык параллельного программирования высокого уровня для структурно-процедурной организации вычислений // Труды Всероссийской научной конференции. - М.: Изд-во МГУ, 2000. – С.108-112.
6. A.I. Sukhinov, V.S. Vasiliev. Three-dimensional models for shallow water basins and its finitedifference realization // Proc. of the 3rd International Conference FDS2000, September 1-4, 2000, Palanga, Lithuania, Finite difference schemes: theory and applications.– Vilnius: IMI, 2000. p.227-235.

7. А.Н. Коновалов. К теории попеременно-треугольного итерационного метода // <http://www.sbras.nsc.ru/EMIS/journals/SMZ/2002/03/552.pdf>
8. Л.А. Крукиер. Математическое моделирование гидродинамики Азовского моря при реализации проектов реконструкции его экосистемы // Матем. Моделирование. -1991 .Т.3. -№9. -С.3-20.