

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПО СХЕМЕ БЕЛЛМАНА С ПРИМЕНЕНИЕМ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

А.В. Духанов, О.Н. Позднякова, В.Г. Прокошев, И.А. Федоров

Методы решения оптимизационных задач давно завоевали прочное положение в прикладных науках и практике. Они применяются в промышленности, экономике, в критических технологиях, в военном деле и других сферах жизнедеятельности человека. С помощью методов оптимизации можно значительно увеличить прибыль производства при тех же ресурсах, сократить расходование ресурсов при соблюдении норм качества производства и т.д. Условно задачи оптимизации или задачи исследования операций можно разделить на две группы: стационарные задачи и задачи динамического программирования. В задачах первой группы необходимо найти значения параметров (контролируемых факторов) статической системы, т.е. той системы, которая не будет изменяться течение операции или периода исследования. В задачах динамического программирования предусматриваются изменения системы в течение периода исследования. Здесь данный период разбивается на этапы. На каждом этапе отдельно вычисляются значения контролируемых факторов, а критерий эффективности суммируется. Суть задачи динамического программирования состоит в том, что необходимо найти такие значения контролируемых факторов на всех этапах периода, чтобы сумма критериев была наилучшей.

Один из наиболее популярных методов решения задач динамического программирования является схема Беллмана [1]. Она основывается на следующем рекуррентном соотношении, в котором участвуют эффективность на текущем шаге, и суммарная эффективность на всех последующих шагах. Последняя определяется исходя из значений состояний на следующем шаге, которые вычисляются на основании состояний текущего шага и принятых значений контролируемых факторов.

На каждом этапе, для каждого состояния, с помощью некоторого метода оптимизации находятся такие значения факторов, для которых сумма критериев на текущем и последующих этапах является наилучшей.

Схема Беллмана имеет большую вычислительную емкость из-за того, что на каждом этапе необходимо перебирать возможные значения состояний. Количество таких состояний зависит от количества параметров, формирующих состояние, и может достигать миллионов. Поэтому разработка параллельного алгоритма, позволяющего существенно ускорить вычисления, является актуальной задачей.

Во Владимирском государственном университете установлен и пущен в эксплуатацию суперкомпьютер «СКИФ-Мономах», содержащий 512 вычислительных ядер, имеющий вычислительную мощность 4.7 Tflops и занимающий 12 место в рейтинге Top50 самых мощных компьютеров СНГ [2]. Благодаря такой мощности и параллельным алгоритмам, решение задач динамического программирования ускорится во многие тысячи раз.

Теперь рассмотрим, как распараллелить решение задачи динамического программирования. Очевидно, что с позиции скорости «узким» местом в схеме Беллмана является перебор состояний. Данный перебор можно распараллелить.

Пусть мы имеем количество возможных значений некоторого параметра, характеризующего состояние. Тогда количество всех возможных состояний составит произведение количества возможных значений для каждого параметра. Пусть задано количество вычислительных узлов в суперкомпьютере. Тогда можно вычислить количество состояний, обрабатываемых одним узлом. Очевидно, что узел с последним номером будет обрабатывать меньшее число состояний.

Чтобы определить, какие именно состояния будет обрабатывать узел с заданным номером, можно выбрать параметр состояния, у которого наибольшее число значений. Значения остальных же параметров каждым узлом перебирать в полном объеме. Если максимальное количество значений выделенного параметра на два и более порядка больше числа узлов, то распараллеливание нужно производить по этому параметру. Если же количество значений лишь незначительно больше числа узлов, то при распараллеливании учитывается следующий невыделенный параметр, у которого наибольшее количество значений. Таким образом, обработку возможных состояний (поиск условно-оптимальных значений контролируемых факторов на текущем этапе) можно проводить одновременно на нескольких вычислительных устройствах, значительно ускоряя вычислительный процесс.

Очевидно, что ускорение вычисления при распараллеливании решения задачи динамического программирования с помощью схемы Беллмана будет не прямо пропорционально количеству вычислительных устройств. Поэтому в перспективе нужно разработать методику оценки данного ускорения вычислений, производимых с помощью вышеприведенного алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. - 552с
2. Суперкомпьютер «СКИФ Мономах» начал работать в ВлГУ [Электронный ресурс]: Новости iXBT.com. Режим доступа: <http://www.ixbt.com/news/all/index.shtml?10/33/46>