

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МНОГОМЕРНОЙ МНОГО ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ КЛАСТЕРНЫХ СИСТЕМ

С.В. Сидоров, В.В. Рябов

ВВЕДЕНИЕ

На кафедре математического обеспечения ЭВМ факультета ВМК Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского разрабатывается программный комплекс Global Expert, предназначенный для параллельного решения задач многомерной многоэкстремальной оптимизации на кластерных системах.

В настоящей работе рассматриваются некоторые особенности реализации параллельного индексного метода с множественной развёрткой в системе Global Expert и решение с ее помощью прикладной задачи оптимизации профиля колеса для рельсовых видов транспорта.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД С МНОЖЕСТВЕННОЙ РАЗВЕРТКОЙ

Программная система Global Expert использует результаты нижегородской школы оптимизации и включает в себя реализации нескольких методов из семейства информационно-статистических алгоритмов глобального поиска. В большинстве алгоритмов применяется индексная схема учёта ограничений (см. [5]). Для многомерных задач используется схема редукции размерности на основе развёрток типа кривых Пеано (см., например, [1]).

Система Global Expert содержит как реализацию алгоритма глобальной оптимизации, предложенного Р.Г. Стронгиным в работе [1], так и реализацию аналогичного алгоритма с множественной развёрткой (данная схема позволяет получать более точные адаптивные оценки константы Липшица, что ускоряет сходимость). Последний алгоритм допускает распараллеливание по развёрткам так, что каждый процесс отвечает за свою часть интервала поиска в редуцированной одномерной задаче. При этом поисковая информация на одном процессе совместима с остальными, что иллюстрируется на рис. 1. Подробнее метод описан в работе [2].

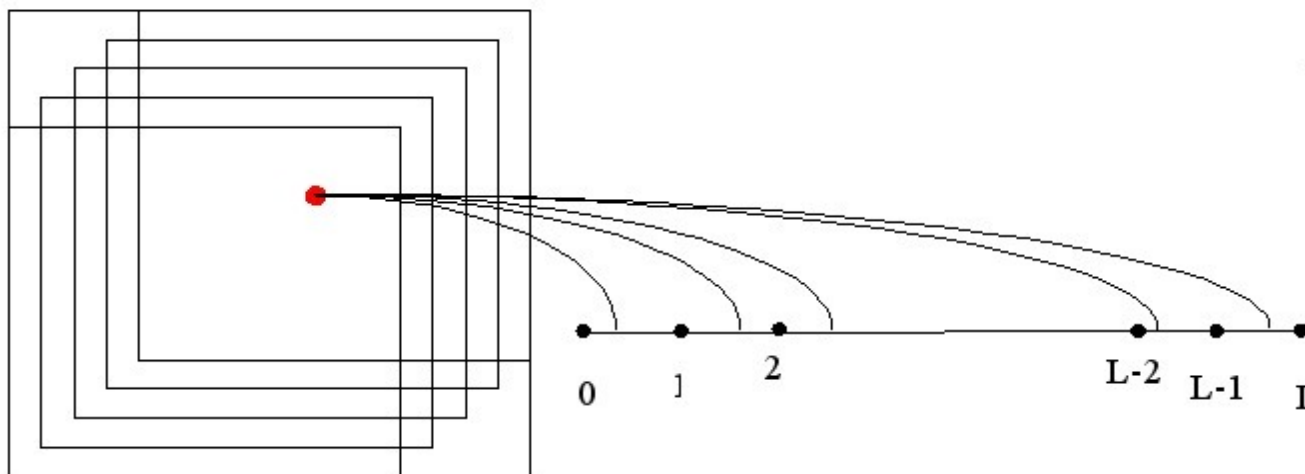


Рис.1. Схема отображения точки гиперкуба на множество интервалов

Параллельный алгоритм реализован с использованием библиотеки MPI.

НАДЁЖНОСТЬ МНОЖЕСТВЕННОЙ РАЗВЁРТКИ

Для измерения надёжности методов в данной работе использовался набор из 100 псевдослучайно генерируемых функций, предложенных В.А.Гришагиным (см. [1]). В таблице 1 показано число задач, решённых последовательным методом с различным числом развёрток L (точность в условии останова $\epsilon = 0.001$, параметр надёжности $\gamma = 2.0$). Задача считалась решённой, если достигнутая оценка глобального минимума не превышала значение известного минимума более, чем на 0.1 (по значению функции).

Таблица 1. Надёжность метода в зависимости от числа развёрток

Число раз- вёрток	1	2	3	4	5	6	8
Число решённых задач	76	91	95	98	99	100	100

УСКОРЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МЕТОДА НА ТЕСТОВОЙ ЗАДАЧЕ

Для измерения ускорения использовалась известная тестовая задача с тремя ограничениями, которые определяют трёхсвязную область.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 f(y_1, y_2) = 1.5 \cdot y_1^2 \cdot e^{1-y_1^2-20.25(y_1-y_2)^2} + \left(\frac{y_1-1}{2}\right)^4 \cdot (y_2-1)^4 \cdot e^{2-\left(\frac{y_1-1}{2}\right)^4-(y_2-1)^4} \rightarrow \min \\
 g_1(y_1, y_2) = 0.01 \cdot \left((y_1-2.2)^2 + (y_2-1.2)^2 - 2.25 \right) \leq 0 \\
 g_2(y_1, y_2) = 10 \cdot \left(1 - \left(\frac{y_1-2}{1.2} \right)^2 - \left(\frac{y_2}{2} \right)^2 \right) \leq 0 \\
 g_3(y_1, y_2) = 100 \cdot \left(y_2 - 1.5 - 1.5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot (y_1 - 1.75)) \right) \leq 0 \\
 0 \leq y_1 \leq 4 \\
 -1 \leq y_2 \leq 3
 \end{array} \right.$$

Результаты расчётов показаны в таблице 2.

Таблица 2. Ускорение метода с 8 развёртками.

	Последовательный алгоритм	Параллельный алгоритм		
		1 процессор (2 ядра)	2 процессора (4 ядра)	4 процессора (8 ядер)
Общее количество итераций	1541	1426	1696	1708
Максимальное количество итераций на ядре	1541	714	426	216
Ускорение по общему числу итераций		2,158	3,617	7,134
Ускорение по числу расчетов критерия		2,457	3,618	7,107

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОФИЛЯ КОЛЕСА ДЛЯ РЕЛЬСОВЫХ ВИДОВ ТРАНСПОРТА

Программная система Global Expert применялась для решения задачи оптимизации профиля колеса для рельсовых видов транспорта (совместно с проф. Маркиным В.Л. из Технического университета г. Делфта, Голландия). В данной работе мы не будем подробно останавливаться на содержательной постановке задачи. Отметим только, что для моделирования профиля колеса и вычисления показателей эффективности для него использовалась система MatLAB. Обмен данными между MatLAB'ом и системой Global Expert организован через файлы.

Итак, упомянутая задача содержит 1 критерий и 6 функциональных ограничений, которые зависят от 11 переменных параметров. Одно вычисление значений всех функций в точке занимает до десятка секунд.

В этой постановке задача сначала решалась в Делфтском Техническом университете на кластере из 4 компьютеров (Pentium IV, 3 ГГц, сеть 100 Мбит). Использовался метод с 4 развёртками ($m=12$, $r=2.0$, $\text{eps}=0.01$). Всего функции вычислялись в 17214 точках, что заняло 26 часов 55 минут 49 секунд. Получено решение $\phi^*=2.7676$, которое было локально уточнено до значения $\phi^*=1.77$.

Затем в этой же постановке задача решалась на кластере Нижегородского государственного университета им. Лобачевского. Использовалось 8 вычислительных узлов (Intel Xeon 5150, 2,66 ГГц, сеть Gigabit Ethernet). Применялся метод с 8 развёртками ($m=15$, $r=2.0$, $\epsilon=0.001$). Остановка произошла по исчерпанию лимита в 200 000 испытаний (суммарно по всем процессам). Задача решалась в течение 69 часов 36 минут 14 секунд. Получено решение $\varphi^*=1.8935$, которое было локально уточнено до значения $\varphi^*=1.56214$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах. (Информационно-статистические алгоритмы). М., Наука, 1978.
2. В.П. Гергель, А.В. Сысоев. О реализации параллельной версии индексного метода поиска глобально-оптимальных решений в многомерных задачах оптимизации в программном комплексе «Абсолют Эксперт» // Труды всероссийской конференции “Научный сервис в сети Интернет: технологии параллельного программирования”, 2006, с. 115-118.
3. А.В. Сысоев, С.В. Сидоров. Использование чисел расширенной точности в реализации индексного метода поиска глобально-оптимальных решений // Материалы пятого Международного научно-практического семинара «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах», 2005, стр. 208-215.
4. К.А. Баркалов. О практическом применении параллельной системы оптимизации Absolute Expert // Материалы Седьмой Международной конференции-семинара «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах», 2007, стр. 41-47.
5. R.G. Strongin, Ya.D. Sergeev. Global optimization with non-convex constraints: Sequential and parallel algorithms. – Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 2000.