

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЗА ПЛОХООБТЕКАЕМЫМИ ТЕЛАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОПРОЦЕССОРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Е.А. Данилкин

В работе представлена параллельная реализация алгоритма численного решения системы уравнений Навье-Стокса при моделировании турбулентности методом крупных вихрей. Для подсеточного моделирования применялась модель Смагоринского, которая в сочетании со схемой Ван Лира позволила получить хорошее согласование с экспериментальными данными. Исследуются различные способы геометрической декомпозиции при численном решении уравнения переноса, проведен теоретический анализ их эффективности и разработаны рекомендации по их использованию. В работе большое внимание уделяется повышению производительности написанных программ, при этом использовались такие приемы повышения эффективности, как порядок вложенности циклов, учет эффектов кэш-памяти.

## Введение

Будем предполагать, что турбулентное движение несжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье-Стокса, а конвективный теплообмен уравнением энергии:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 u_i, i=1,2,3, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \alpha \nabla^2 T, \quad (3)$$

где  $u_i = u_i(\vec{x}, t)$  - компоненты мгновенного поля скорости;  $T$  - температура,  $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости;  $\alpha$  - коэффициент температуропроводности;  $\rho$  - плотность;  $P$  - мгновенное значение давления;  $\nabla^2 = \partial^2 / (\partial x_j \partial x_j)$  - оператор Лапласа. По повторяющимся индексам проводится суммирование.

В настоящее время существует три основных и часто используемых подхода моделирования турбулентных течений. Первый подход - это прямое численное моделирование (Direct Numerical Simulation, DNS). Под прямым численным моделированием подразумевается численное решение системы дифференциальных уравнений (1)-(3), аппроксимированных конечными-разностями высокого порядка. Второй подход - моделирование крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) - использует более грубую сетку по сравнению с предыдущей методикой. Он основан на концепции «фильтрации» турбулентности, т.е. осреднении уравнений Навье-Стокса и энергии по пространству с некоторым весом – «фильтром» [3]. Так как посредством грубой сетки нельзя моделировать наименьшие масштабы турбулентности, то используются модели подсеточных масштабов для учета мелкомасштабной диссипации энергии турбулентности и обратного рассеяния энергии потока от малых к большим масштабам [5]. Вместе с этим крупномасштабные турбулентные движения рассчитываются явно и не требуют моделирования. Третий подход базируется на осреднённых по времени уравнениях Навье-Стокса и энергии (Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS). Здесь турбулентное течение рассматривается как сумма двух компонент: осреднённой части и пульсационной [3].

## Постановка задачи

В данной работе моделирование турбулентного течения и теплообмена осуществляется с использованием метода крупных вихрей. Крупные вихри разрешаются явно путём численного моделирования, а мелкомасштабная турбулентность параметризуется, то есть определяется характеристиками крупномасштабных движений. Возможности к этому открывает теория универсального равновесия Колмогорова [4], в соответствии с которой если нет возможности для разрешения всех масштабов турбулентного движения при численном моделировании, то следует моделировать мелкомасштабные вихри как приближенно изотропные структуры по сравнению с анизотропными крупномасштабными вихрями.

Чаще всего для разделения крупных и мелких структур используется операция фильтрации [5], согласно которой переменные ячеечного масштаба определяются уравнением

$$\bar{f}(x, t) = \int_{R^3} G(x, x') f(x', t) dx', \quad \int_{R^3} G(x) dx = 1,$$

Здесь  $G$  - функция фильтра с характерным масштабом длины  $\Delta$ . Отфильтровывая уравнения Навье-Стокса (1), (2) и энергии (3), получаем

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad i=1,2,3, \quad (4)$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{T}}{\partial x_j} + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (6)$$

$$q_j = \overline{T u_j} - \bar{T} \bar{u}_j \quad (7)$$

Система уравнений (4)-(7) остается незамкнутой, так как (5) и (7) содержат исходные нефильТРованные компоненты скорости и температуры.  $\tau_{ij}$  и  $q_j$  характеризуют влияние мелкомасштабных вихрей на эволюцию крупномасштабных вихрей, и их необходимо моделировать как в подходе Буссинеска через установление их связи со средними скоростями  $\bar{u}_i$  и температурой  $\bar{T}$ . Последнее и составляет суть методики подсеточного моделирования.

#### Выбор подсеточной модели

Существует большое количество подходов моделирования подсеточных масштабов, но наиболее широкое распространение получили модели, основанные на использовании турбулентной вязкости (eddy viscosity models, EVM) для неразрешенных явно турбулентных движений. В таких моделях тензор напряжений вычисляется по формуле:

$$\tau_{ij} = -2 K_T \bar{S}_{ij}, \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad q_j = -\frac{K_T}{Pr_T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}$$

Здесь  $\bar{S}_{ij}$  - тензор скорости деформации, построенный по фильтрованному полю скорости  $\bar{u}_i$ ,  $K_T = K_T(\bar{u}, \vec{x}, t) \geq 0$  - коэффициент турбулентной вязкости, зависящий от решения,  $Pr_T$  - турбулентное число Прандтля. Выбор зависимости  $K_T = K_T(\bar{u}, \vec{x}, t)$  чрезвычайно разнообразен. Смагоринский [8] предложил влияние мелкомасштабных вихрей на эволюцию крупномасштабных вихрей аппроксимировать выражением  $\tau_{ij}^{Smog} = -2 C_s^2 \Delta_g^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij}$ , где  $\Delta_g = h$  - шаг сетки модели,  $|\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}$  - норма тензора скорости деформации,  $C_s$  - постоянная Смагоринского.

#### Граничные условия

Поскольку пространственное разрешение не позволяет описывать процессы в вязком приповерхностном слое, то суммарное воздействие мелкомасштабных неоднородностей стенки должно быть учтено при помощи той или иной пристеночной модели. Большинство пристеночных моделей основано на введении буферного слоя некоторой толщины, в котором применяется RANS модель. Известен ряд работ, в которых удалось достичь правильного поведения средних величин в LES-моделях, ограничившись простейшей пристеночной моделью, не выходящей за пределы первого расчетного слоя.

#### Аппроксимация и метод решения

Аппроксимация дифференциальной задачи осуществляется на основе метода конечного объема. Основная идея этого метода заключается в разбиении расчетной области на непересекающиеся, граничащие друг с другом конечные объемы так, чтобы один узел расчетной сетки содержал только в своем конечном объеме. Значения компонент скорости определяются на гранях конечных объемов, а скалярные характеристики - в центре. Разбив таким образом расчетную область, интегрируем каждое уравнение по каждому конечному объему. При вычислении интегралов применяется кусочно-полиномиальная интерполяция для зависимых величин. Аппроксимация конвективных членов уравнений выполняется с использованием противопотоковой схемы MLU Ван Лиры [9]. Для решения уравнений движения применяется явная схема, поэтому результатом приближенного интегрирования уравнения движения по одному конечному объему является готовая для вычислений формула:

$$\begin{aligned} ap \Phi_{i,j,k}^{n+1} = & ap_{i,j,k} \Phi_{i,j,k}^n + ae_{i,j,k} \Phi_{i+1,j,k}^n + an_{i,j,k} \Phi_{i,j+1,k}^n + at_{i,j,k} \Phi_{i,j,k+1}^n \\ & + aw_{i,j,k} \Phi_{i-1,j,k}^n + as_{i,j,k} \Phi_{i,j-1,k}^n + ab_{i,j,k} \Phi_{i,j,k-1}^n + b_{i,j,k} \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $\Phi_{i,j,k}^n$  - обобщенная скалярная величина, которая может представлять любую компоненту скорости или температуру. Полученная разностная схема имеет первый порядок аппроксимации по времени и второй по пространству, является условно устойчивой и монотонной.

При расчёте течений в областях сложной геометрии использовался метод фиктивных областей, суть которого заключается в том, что значения векторных и скалярных величин в области преграды равны нулю и на границах фиктивных конечных объемов отсутствуют диффузионные потоки.

Согласование полей скорости и давления в гидродинамической части модели выполняется с помощью подхода коррекции поля давления. Для решения уравнения Пуассона для поправки давления применяется метод неполной факторизации Булеева [1].

**Параллельная реализация**

Сравнение различных способов распараллеливания рассмотренного явного алгоритма решения нестационарных уравнений Навье-Стокса с целью отыскания оптимального с точки зрения минимизации затрат на пересылку проводилось на примере одного адвективно-диффузионного уравнения.

*Математическая постановка*

Требуется решить трехмерное уравнение переноса в единичном кубе  $(x, y, z) \in (0,1) \times (0,1) \times (0,1)$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial (u\Phi)}{\partial x} + \frac{\partial (v\Phi)}{\partial y} + \frac{\partial (w\Phi)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] + S, t > 0,$$

с граничными условиями второго рода и заданными начальными условиями

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0; \quad \Phi_{t=0} = 0; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_{y=1} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=1} = 0; \end{aligned}$$

Функции  $u, v, w, \Gamma > 0$  и  $S$  - определены в рассматриваемой области. Эта задача решается численно представленным выше методом.

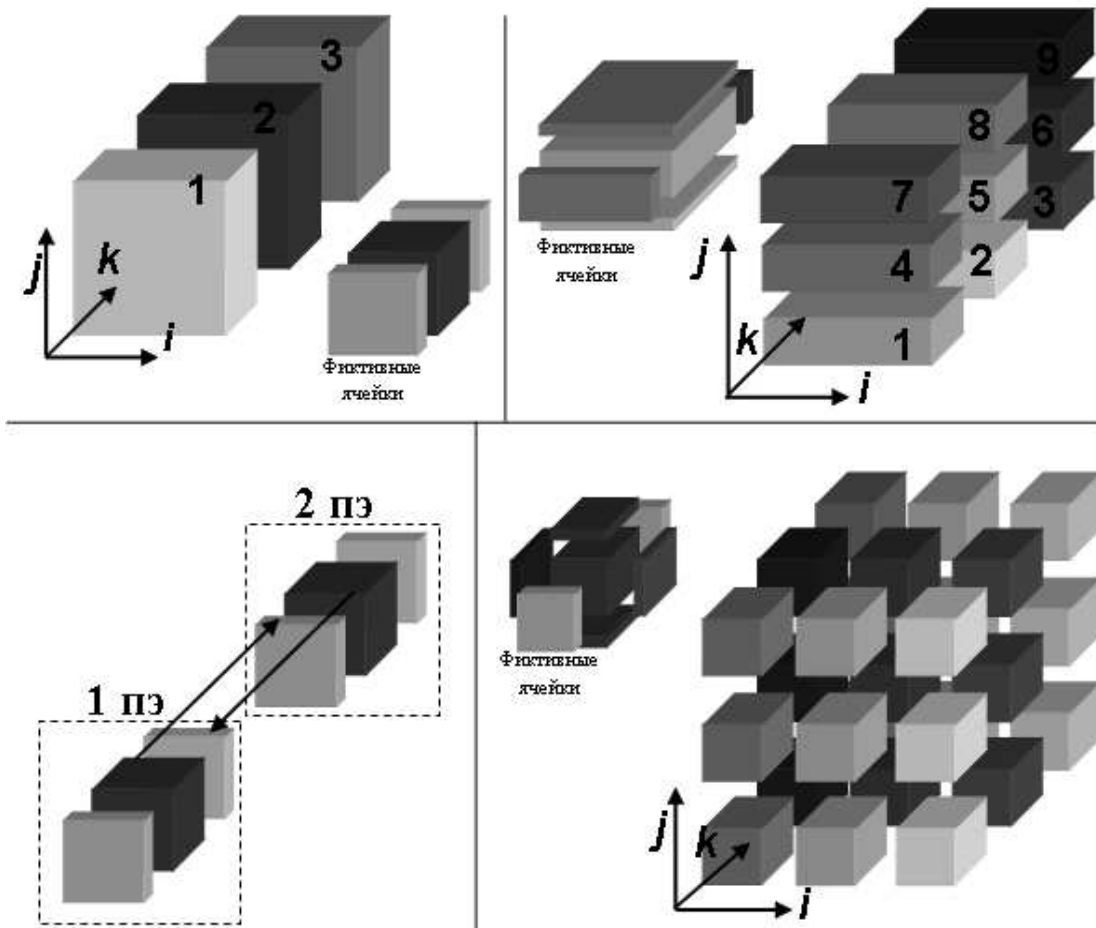


Рис. 1. Различные способы декомпозиции. Схема организации обменов для 1D декомпозиции.

### Методика распараллеливания

В качестве основного подхода распараллеливания выбрана геометрическая декомпозиция сеточной области. В рассматриваемом случае возможны три различных способа разделения значений сеточной функции по вычислительным узлам – одномерная или ленточная схема, двухмерное или блочное разбиение или трехмерное разбиение узлов вычислительной сетки.

Каждому процессорному элементу вместе с выделенной сеточной подобластью распределяются все значения сеточной функции  $\Phi_{i,j,k}^n$ , принадлежащие этой подобласти [2].

После этапа декомпозиции, когда производится разделение данных на блоки для построения параллельного алгоритма, переходим к этапу установления связей между блоками, вычисления в которых будут выполняться параллельно, – планированию коммуникаций. Из-за используемого шаблона явной разностной схемы для вычисления очередного приближения в приграничных узлах каждой подобласти необходимо знать значения сеточной функции с соседнего граничащего процессорного элемента. Для этого на каждом вычислительном узле создаются фиктивные ячейки для хранения данных с соседнего вычислительного узла и организуются пересылки этих граничных значений, необходимых для обеспечения однородности вычислений по явным формулам (8) [2] (рис. 1).

Обратимся к предварительному теоретическому анализу эффективности различных способов декомпозиции расчетной области для рассматриваемого случая. Будем оценивать время работы параллельной программы как время работы последовательной программы  $T_{calc}$ , деленное на количество используемых процессоров, плюс время пересылок:  $T_p = T_{calc}/p + T_{com}$ . Время пересылок для различных способов декомпозиции можно приблизительно выразить через количество пересылаемых данных:

$$T_{com}^{2D} = t_{send} \cdot 2N^2 \times 4/p^{1/2}, \quad T_{com}^{3D} = t_{send} \cdot 2N^2 \times 6/p^{2/3} \quad (9)$$

где  $N^3$  – размерность конечно-разностной задачи,  $p$  – количество вычислительных узлов,  $t_{send}$  – время пересылки одного числа.

Из формулы (9) видно, что для различных способов декомпозиции затраты на пересылку данных можно представить в виде  $T_{com} = t_{send} \cdot 2N^2 \times k(p)$ , где коэффициент пропорциональности  $k(p)$  зависит от способа декомпозиции и числа используемых процессорных элементов.

Таблица 1

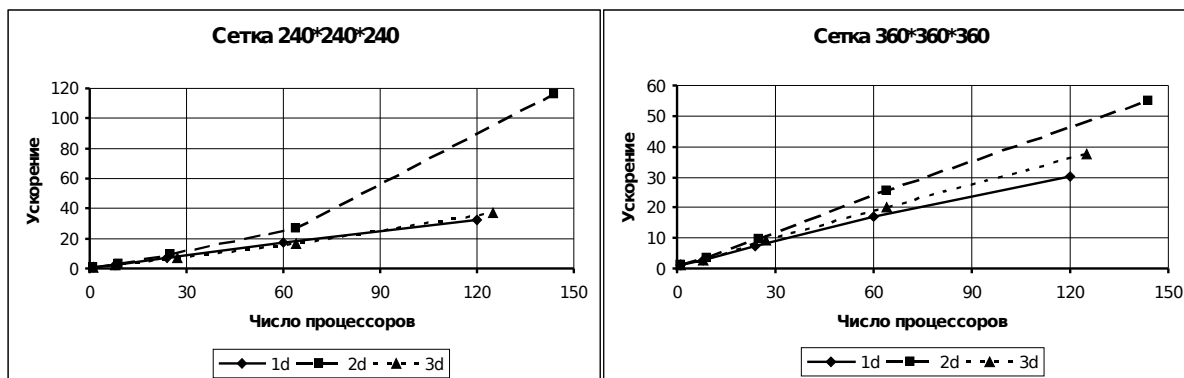
Зависимость коэффициента пропорциональности  $k(p)$  от числа процессорных элементов и способа декомпозиции.

Число процессов	3	4	5	6	10	11	12	16	60	120	250
1d декомпозиция	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2d декомпозиция	2.3 1	2.0 0	1.7 9	1.6 3	1.2 6	1.2 0	1.1 5	1.0 0	0.5 1	0.3 6	0.25
3d декомпозиция	2.8 8	2.3 8	2.0 5	1.8 2	1.2 9	1.2 1	1.1 4	0.9 4	0.3 9	0.2 4	0.15

В табл. 1 представлены числовые значения  $k(p)$ . Видно, что при  $p \rightarrow \infty$  более эффективными будут 2D и 3D декомпозиции, а при  $p \rightarrow 1$  в случае 3D-декомпозиции потребуется пересылать между процессорными элементами меньшее количество сеточных значений функции  $\Phi_{i,j,k}^{n+1}$ , и можно ожидать, что в этом случае затрачиваемое на пересылку время будет минимально.

### Анализ результатов

Расчеты производились на кластерной системе ТГУ СКИФ Cyberia на сетках 240x240x240 и 360x360x360 при использовании до 144 процессоров. Результаты вычислительного эксперимента показали наличие хорошего ускорения при решении задач данного класса. Основное внимание уделялось сравнению времени пересылок и времени вычислений при различных способах декомпозиции.



На первом этапе использовалась одна общая программа, размеры массивов от запуска к запуску не менялись, на каждом процессорном элементе нумерация элементов массивов начиналась с нуля. Несмотря на то, что в соответствии с теоретическим анализом 3D декомпозиция является оптимальным вариантом распараллеливания, вычислительные эксперименты показали, что лучших результатов можно достичь, используя 2D декомпозицию при числе используемых процессоров от 25 до 144 (рис. 2).

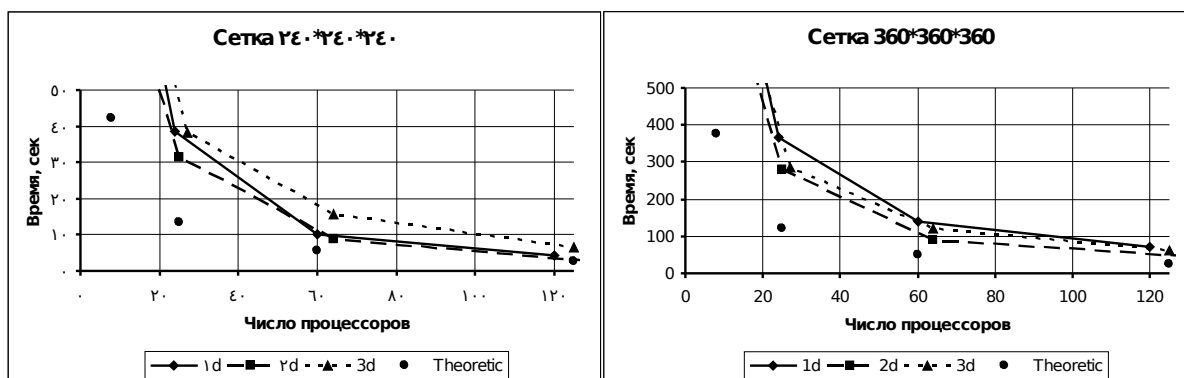


Рис. 3. Время вычислений без учета затрат на пересылку данных для различных способов декомпозиции

Исходя из предварительного теоретического анализа на графиках должны присутствовать следующие закономерности. Время вычислений без учета межпроцессорных коммуникационных затрат при разных способах декомпозиции должно примерно совпадать для одинакового числа процессоров и уменьшаться как  $T_{calc}/p$ . В реальности же расчетные данные (рис.3) указывают на то, что использование 2D декомпозиции на различных сетках дает минимальные затраты на проведение вычислений и расчетные графики зависимости времени вычислений от числа используемых процессоров размещаются существенно выше, чем  $T_{calc}/p$ .

Для объяснения полученных результатов необходимо обратить внимание на допущения, которые были сделаны при предварительном теоретическом анализе поставленной задачи. Во-первых, предполагалось, что независимо от способа распределения данных на одном процессорном элементе выполняется одинаковый объем вычислительной работы, который должен приводить к идентичным временным затратам. Во-вторых, принималось, что время, затраченное на межпроцессорную пересылку любой последовательности одинакового количества данных, не зависит от способа их выборки из оперативной памяти.

Для того, чтобы разобраться, что же происходит в реальности, был проведен следующий набор тестовых расчетов. Для оценки состоятельности первого допущения был рассмотрен случай, когда программа запускалась в однопроцессорном варианте, и при этом имитировались различные способы геометрической декомпозиции данных при одинаковом объеме вычислений, выполняемом каждым процессором. Было реализовано две версии программы: в первой использовались статические массивы размером  $N^3$ , во второй – «динамические», когда размеры массивов специально подбирались в соответствии со способом декомпозиции для того, чтобы минимизировать временные затраты, связанные с выборкой данных из оперативной памяти.

Таблица 2

Влияние способа декомпозиции сеточной области и размерности используемых массивов на время вычислений на одном вычислительном узле.

Статические массивы 360x360x360				«Динамические» массивы с учетом декомпозиции			
p	1d	2d	3d	p	1d	2d	3d
8	9,3	8,1	10,4	8	8,8	7,5	7,3
24	3,1	2,6	3,7	24	3,0	2,5	2,5
64	1,2	1,0	1,6	64	1,2	0,9	1,0

В табл. 2 представлено время в секундах, которое требуется процессору для проведения вычислений в своей сеточной подобласти, при моделировании различных способов геометрической декомпозиции. От расчета к расчету объем вычислительной работы сохраняется, меняется лишь характер расположения обрабатываемых данных в оперативной памяти.

Проанализировав представленные результаты, можно сделать вывод, что при написании параллельной программы целесообразно использовать «динамические» массивы с подстраиваемыми под выделенное число процессоров размерами. В большей степени это существенно для 3D декомпозиции. Преимущества использования «динамических» массивов, на наш взгляд, определяется меньшими временными затратами на выборку обрабатываемых данных из оперативной памяти и их передачу через кэш-память.

Для оценки реализуемости второго допущения ( $T_{com} = t_{send} \cdot 2N^2 \times k(p)$ ) был рассмотрен тест, в котором измерялось время MPI-пересылки различных сечений трехмерного массива. Заметим, что решение этой задачи (пересылки, скажем, i-j, i-k, j-k – сечений массива, элементы которого имеют индексы i, j, k) в стандарте MPI может осуществляться различными способами в зависимости от того, какие сечения массивов рассматриваются.

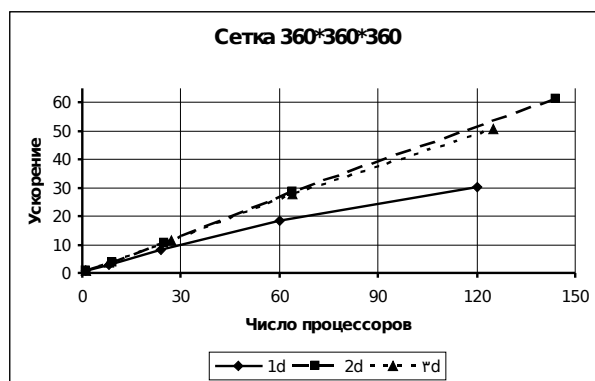
Вычислительный эксперимент был организован следующим образом. В параллельной программе многократно выполнялась пересылка сечения массива одного базового типа между двумя процессорными элементами и фиксировалась продолжительность этого процесса. Использовались функции MPI\_SEND и MPI\_RECV и процедуры создания производных типов MPI\_TYPE\_VECTOR и MPI\_TYPE\_INDEXED. В тестовых расчетах рассматривались массивы с количеством элементов  $30^3$ ,  $60^3$ ,  $120^3$ . Полученные результаты показали, что и при организации межпроцессорной передачи данных также решительное преимущество имеет использование «динамических» массивов, поскольку в этом случае, допускается применение производного типа MPI\_TYPE\_VECTOR, который для пересылки сечения j-k в несколько раз по времени предпочтительней, чем более универсальный тип MPI\_TYPE\_INDEXED.

Таблица 3

Время на пересылку различных сечений трехмерного массива (сек.)

Количество элементов в массиве \ сечение	i-j	i-k	j-k
$30^3$	0,00189	0,00192	0,00265
$60^3$	0,00402	0,00556	0,00884
$120^3$	0,01601	0,02151	0,04

В табл. 3 представлено время, затрачиваемое на 100-кратную пересылку данных из разных сечений массива, осуществляемую с помощью производного типа MPI\_TYPE\_VECTOR. Анализируя данные, можно отметить, что время пересылки сечений массивов в MPI-FORTRAN-программе зависит от их типа. Поэтому наименьшие затраты на передачу данных дает 1D декомпозиция, наибольшие – 3D декомпозиция, причем это отличие становится более существенным при увеличении размера сечения. Последнее связано с увеличением времени на выборку передаваемых данных из оперативной памяти. Таким образом, в формулах (9) необходимо вводить дополнительные коэффициенты, которые бы учитывали тип пересылаемых сечений массивов сеточных функций.



На рис. 4 представлен график ускорения параллельной программы, использующей «динамические» массивы, для различных способов декомпозиции. Здесь, также как и на рис. 2, наилучшие показатели демонстрирует 2D декомпозиция, причем имеет место прирост ускорения. Незначительно ей уступает 3D

декомпозиция, проблемы которой в масштабируемости параллельной программы связаны, главным образом, с большими, чем в 1D и 2D случаях, затратами на выборку, обработку и пересылку данных из оперативной памяти.

Таким образом, для явных разностных методов решения уравнения переноса возможно применение одномерной, двумерной и трехмерной декомпозиции, однако результаты тестирования программ показали, что 3D декомпозиция не дает выигрыша во времени по сравнению с 2D-декомпозицией, по крайней мере, для количества процессоров, не превышающего 250, при этом 3D декомпозиция отличается более трудоемкой программной реализацией, а использование 2D-декомпозиции является достаточным для масштабирования данной задачи при рассматриваемом числе вычислительных узлов.

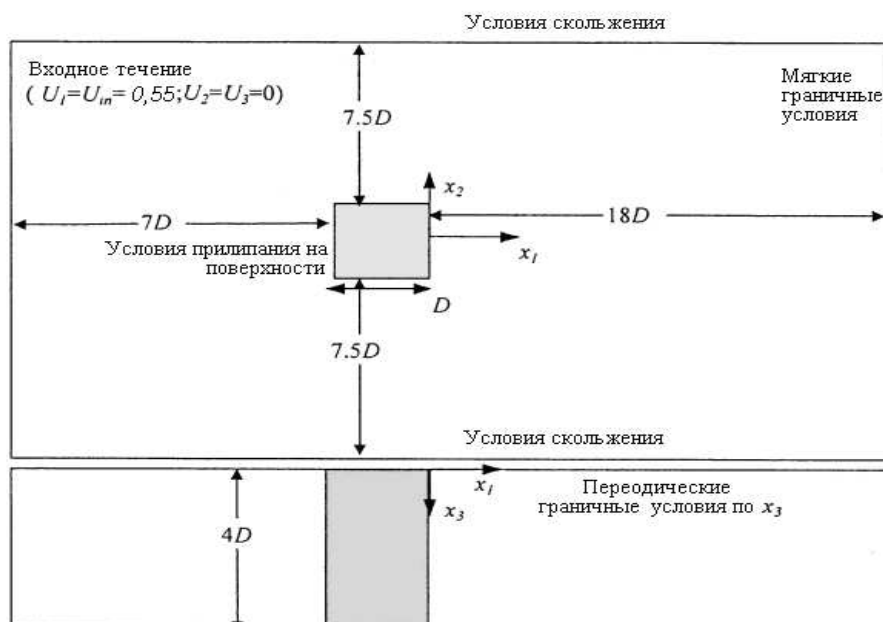


Рис. 5. Расчетная область

### Результаты тестирования численного метода и LES-модели

Рассмотрим турбулентный поток вокруг цилиндра квадратного сечения, который расположен в канале (рис. 5). Выбор области течения и значения числа Рейнольдса  $Re = U_{in} D / \nu$  соответствуют эксперименту [6]. Хотя представленный случай имеет довольно простую геометрию, за цилиндром образуется неустойчивый след. В расчетах использовалась следующая сетка  $Nx_1 \times Nx_2 \times Nx_3 = 132 \times 122 \times 22$ .

Движение жидкости поддерживалось за счет задания постоянной скорости на входной границе, направленной вдоль оси канала. В качестве начальных данных использовались постоянные значения скорости  $\bar{u}_1 = U_{in} = 0,55 \text{ м/с}$ ,  $\bar{u}_2 = \bar{u}_3 = 0$ , температура цилиндра  $T_c = 303 \text{ К}$ , температура потока на входе  $T_{in} = 293 \text{ К}$ . Расчеты (и осреднение величин) проводились в течение двенадцати периодов отрыва вихря после времени инициализации, равного  $50D/U_{in}$ .

Эксперимент с обтеканием цилиндра квадратного сечения хорошо описан, имеются данные измерений, представленные в виде таблиц. Этот эксперимент часто используется для апробации различных подходов моделирования турбулентности. Набегающий ламинарный поток рассеивается на подветренной стороне цилиндра, а с боковых поверхностей отрываются вихри (рис.6,7). Экспериментально установленная частота отрыва вихрей  $f$  соответствует значению безразмерного числа Струхала  $Sh = fD/U_{in} = 0,13$ . Такое же значение частоты отрыва вихрей получено численно в результате расчетов.

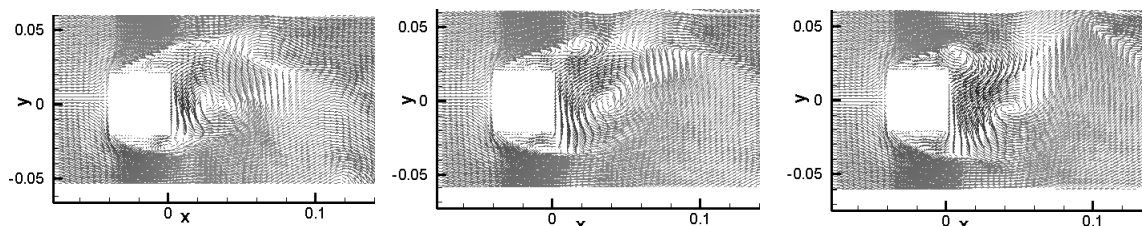
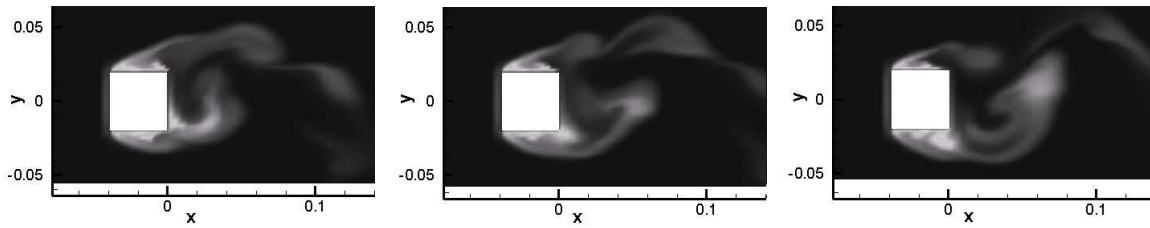


Рис. 6. Поле скорости в моменты времени  $t_1 < t_2 < t_3$ . Где  $t_2 = t_1 + 0,2T$ ,  $t_3 = t_1 + 0,4T$ ,  $T$  – период отрыва



На рис. 7 представлена мгновенная картина распределения температуры вблизи нагретого цилиндра, иллюстрирующая как тепло распространяется за счет турбулентного движения. На рисунках видно как с поверхности цилиндра отрывается крупный вихрь.

Расчеты показали хороший уровень согласования с экспериментальными данными [6]. Профиль компоненты скорости  $u_1$ , осредненной по пространству и времени, хорошо накладывается на данные измерений. На рис. 8 представлены результаты расчетов изменения осредненной по времени продольной скорости потока вдоль оси, ориентированной по потоку и проходящей через середину поперечной плоскости расчетной области. Для моделирования подсеточных масштабов использовалась модель Смагоринского. Так же на рис. 8 приведены результаты сравнения применения различных подсеточных моделей для описания мелкомасштабной турбулентности, взятые из [7] (в этой работе для аппроксимации конвективных слагаемых использовалась центрально-разностная схема).

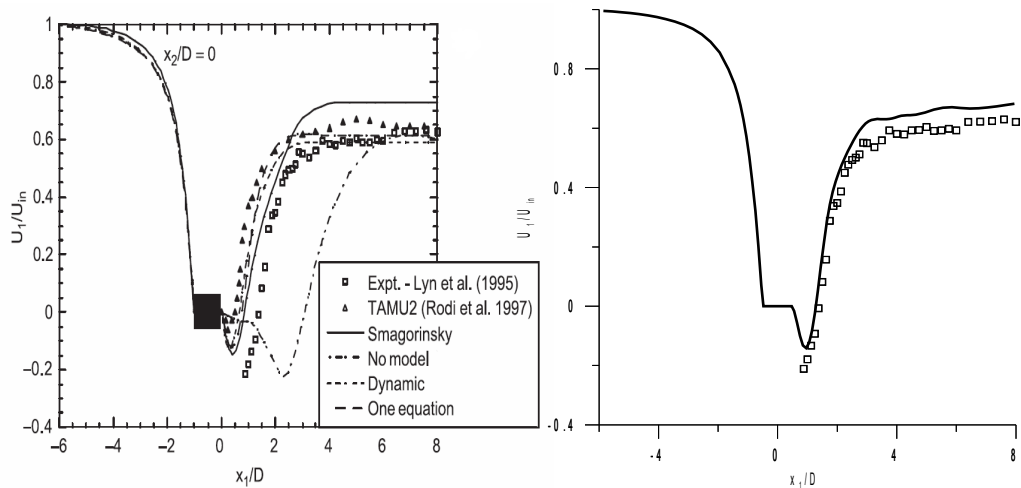


Рис. 8. Сравнение профиля средней скорости  $u_1$  при использовании различных подсеточных

Сравнение результатов (рис. 8) показывает, что схема Ван Лиры вносит свой вклад в подсеточное моделирование и позволяет достичь более точного согласования результатов численного эксперимента с измерениями [6] для средних характеристик потока.



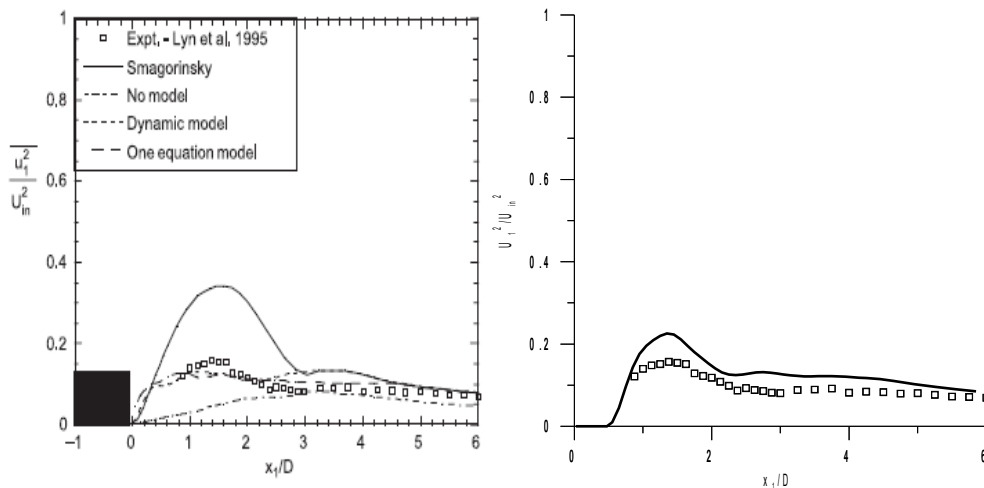


Рис. 9. Турбулентные напряжения для пульсаций скорости  $u_1$ , справа – результат, полученный в данной работе

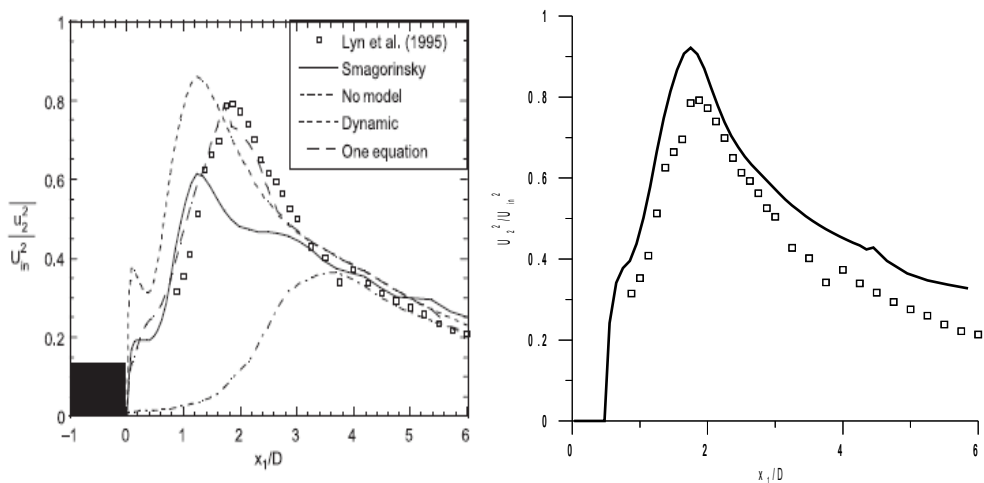


Рис. 10. Турбулентные напряжения для пульсаций скорости  $u_2$ , справа – результат, полученный в данной работе

На рис. 9 и 10 представлены профили осредненных по времени нормальных турбулентных напряжений вниз по потоку за цилиндром. Из рисунков видно, что получено достаточно хорошее соответствие с данными эксперимента [6] для относительных пульсаций компонент скорости  $u_1, u_2$ . Отсутствует характерное для расчетов [7] по модели Смагоринского серьезное завышение изменчивости  $\overline{u_1^2}/U_m^2$  и недооценка изменчивости  $\overline{u_2^2}/U_m^2$  вдоль оси  $Ox_1$ . У стенок цилиндра турбулентные напряжения примерно в пять раз выше чем у гладких стенок канала, что показывает воздействия цилиндра на генерацию турбулентности.

### Заключение

Результаты численных экспериментов показали, что построенная математическая модель турбулентности способна воспроизводить характерные особенности турбулентного потока, нестационарный характер исследуемого течения и теплообмена в канале с препятствием и моделировать процесс отрыва вихрей. Использование модели Смагоринского в сочетании со схемой Ван Лира позволило получить хорошее согласование средних величин потока с данными эксперимента для исследуемой области.

Применение в расчетах 2D-декомпозиции дает 76 процентов эффективности при использовании 25 вычислительных узлов. При дальнейшем увеличении количества вычислительных узлов до 100 при выбранных размерах сетки, получено характерное для задач данного класса значение эффективности около 50 процентов.

Работы выполнена при поддержке РФФИ грант № 07-05-01126 и программы «СКИФ\_ГРИД».

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Данилкин Е.А., Старченко А.В. К выбору способа декомпозиции при численном решении систем связанных дифференциальных уравнений на многопроцессорной технике с распределенной памятью // Третья Сибирская школа-семинар по параллельным вычислениям, 3. - Томск: ТГУ, 2006. - С. 95-101.
2. Данилкин Е.А. К вопросу об эффективности 3D-декомпозиции при численном решении уравнения переноса с использованием МВС с распределенной памятью // Вестник ТГУ, 2(3). - Томск: ООО "Издательство научно-технической литературы", 2008. - С. 39-46.
3. Курбацкий А.Ф. Лекции по турбулентности. В 2-х ч. –Новосибирск: Изд-во Новосибирского ун-та, 2000.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа:учеб. для вузов - 7-е изд., испр. – М.: Дрофа. – 2003. – 840 с.
5. Турбулентные сдвиговые течения Т. 1.: Пер. с англ. / ред. А.С. Гиневский. – М.: Машиностроение, 1982. – 432 с.
6. Lyn D., Einav, S., Rodi, W., Park, J.H. A laser-Doppler velocimetry study of ensemble averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder // J. Fluid Mech. – 1995. – V. 304. – P. 285-319.
7. Nakayama A., Vengadesan S.N. On the influence of numerical schemes and subgrid-stress models on large eddy simulation of turbulent flow past a square cylinder // Int. J. Numer. Methods Fluids. – 2002. – V. 38. – P. 227-253.
8. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations. I: The basic experiment // Monthly Weather Review. –1963. – V. 91, № 3. – P. 99-165.
9. Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second order scheme // Journal of Computational Physics. – 1974. – V. 14. – P. 361-370.