

# ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВОЗДУХА И ПЕРЕНОСА ПРИМЕСИ В УЛИЧНОМ КАНЬОНЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОПРОЦЕССОРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Е.А. Данилкин, А.В. Старченко

В работе представлена нестационарная трехмерная вихреразрешающая модель для исследования турбулентных отрывных течений и переноса пассивной газообразной примеси в городской застройке, учитывающая влияние плохообтекаемых препятствий и их шероховатости на поведение потока и распределение концентрации примеси. Проводится исследование влияния соотношения ширины и высоты уличного каньона, расположения источника примеси и скорости потока воздуха на структуру течения и распространение концентрации примеси. Исследуются различные способы геометрической декомпозиции при численном решении уравнения переноса, проведен теоретический анализ их эффективности и разработаны рекомендации по их использованию.

## Введение

Детальное изучение характеристик потока и механизма распространения примеси в масштабе индивидуального уличного каньона – это важная и сложная задача. Исследования такого рода актуальны для понимания микроклимата городов и полезны в планировании новых зданий или целых кварталов. Существующие эмпирические модели испытывают определенные трудности при моделировании городской застройки, так как потоки в уличных каньонах характеризуются наличием отрывных зон и участков рециркуляции.

В данной работе моделирование турбулентного течения и переноса примеси осуществляется с использованием метода крупных вихрей. Крупные вихри разрешаются явно путём численного моделирования, а мелкомасштабная турбулентность параметризуется, то есть определяется характеристиками крупномасштабных движений. Вихреразрешающее моделирование предъявляет достаточно жесткие требования к быстродействию ЭВМ, поэтому требуется применение высокопроизводительных вычислительных систем. В работе делается упор на использование многопроцессорной вычислительной техники с распределенной памятью.

## Постановка задачи

Математическая модель трехмерного нестационарного турбулентного движения несжимаемой среды включает в себя отфильтрованные уравнения Навье-Стокса :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j}, i=1,2,3, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2)$$

где  $\bar{u}_i = \bar{u}_i(\vec{x}, t)$  - отфильтрованные проекции мгновенного вектора скорости на оси координат  $Ox_i$ ;  $\bar{p}$  - мгновенное значение давления;  $\nu$  - кинематическая вязкость;  $\rho$  - плотность;  $\tau_{ij}$  - тензор подсеточных напряжений. По повторяющемуся индексу  $j$  проводится суммирование.

Отфильтрованное транспортное уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{C}}{\partial x_j} + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x_j \partial x_j} + S, \quad (3)$$

где  $\bar{C}$  - концентрация;  $S$  - функция, описывающая распределение источников;  $\alpha$  - коэффициент диффузии;  $q_j$  - подсеточный поток массы.

Из-за наличия в системе уравнений (1)–(3) слагаемых  $\tau_{ij}$  и  $q_j$  она является незамкнутой, для ее замыкания использовалась одна из двух подсеточных моделей:

1. Модель Смагоринского [1] с постоянным коэффициентом  $C_s$  :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} \approx \tau_{ij}^{Smog} = -\nu_T \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad (4)$$

где  $\nu_T$  - турбулентная вязкость. Турбулентная вязкость определяется средним значением скорости диссипации энергии турбулентности, приходящейся на единицу объема, и масштабом подсеточных вихрей:

$$\nu_T = C_s^2 \Delta_g^2 |\bar{S}|,$$

где  $C_s$  - постоянная Смагоринского,  $\Delta_g = h$  - шаг сетки модели,  $|\bar{S}| = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$  - норма тензора скорости деформации,  $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ .

2.Динамическая модель [2] (Dynamic Model, DM), в которой коэффициент Смагоринского  $C_s$ , подбирается исходя из анализа информации, содержащейся в разрешимых масштабах движения, и является величиной зависящей от пространственных координат и времени.

### **Граничные условия**

Поскольку пространственное разрешение не позволяет описывать процессы в вязком приповерхностном слое, то суммарное воздействие мелкомасштабных неоднородностей стенки должно быть учтено при помощи той или иной пристеночной модели. Большинство пристеночных моделей основано на введении буферного слоя некоторой толщины, в котором применяется RANS модель. Однако известен ряд работ, в которых удалось достичь правильного поведения средних величин в LES-моделях, ограничившись простейшей пристеночной моделью, не выходящей за пределы первого расчетного слоя, этот подход и был использован в данной работе.

### **Аппроксимация и метод решения**

Для аппроксимации использовался метод конечного объема. Основная идея этого метода заключается в разбиении расчетной области на непересекающиеся, граничащие друг с другом конечные объемы так, чтобы один узел расчетной сетки содержался только в своем конечном объеме. Значения компонент скорости определялись на гранях конечных объемов, а скалярные характеристики – в центре. После разбиения расчетной области описанным способом, уравнение переноса интегрировалось по каждому конечному объему. При вычислении интегралов применялась кусочно-полиномиальная интерполяция для зависимых величин. Аппроксимация конвективных членов уравнения переноса выполнялась с использованием одной из двух схем: противопотоковой схемы MLU Ван Лира [3], схемы Леонарда QUICK [4]. Для решения уравнений движения применялась явная схема по времени (Адамса-Бэшфорда). В результате получена разностная схема второго порядка аппроксимации по времени и пространству, являющаяся условно устойчивой.

В гидродинамической части модели для согласования полей скорости и давления использовалась схема предиктор-корректор, в соответствии которой явная схема Адамса-Бэшфорда для уравнения движения выполняла функцию предиктора, а коррекция поля скорости выполнялась на основе решения уравнения Пуассона для поправок давления. Рассмотрено несколько способов решения системы линейных алгебраических уравнений для отыскания поправок давления: метод Зейделя, метод сопряженных градиентов (CG), стабилизированный метод бисопряженных градиентов (BiCGStab) и явный метод Булеева.

С целью выбора оптимального как с точки зрения минимизации количества итераций, требуемых для его сходимости, и времени на вычисления, так и с точки зрения возможности масштабирования распараллеленного метода на большое количество вычислительных узлов и эффективности его параллельной реализации. Исследованно влияние использования предобуславливателей на время вычислений и на количество итераций, требующихся для сходимости метода.

Проведено тестирование полученного численного алгоритма решения уравнений Навье-Стокса на задаче исследования ламинарного течения в плоском канале при низких числах Рейнольдса. Результаты показали хороший уровень соответствия данных численного моделирования и приближенного аналитического решения для рассматриваемой задачи. При расчёте течений в областях сложной геометрии в данной работе использовался метод фиктивных областей, суть которого заключается в том, что значения векторных и скалярных величин в области преграды равны нулю и на границах фиктивных конечных объемов отсутствуют диффузионные потоки.

### **Параллельная реализация**

В качестве основного подхода распараллеливания выбрана геометрическая декомпозиция сеточной области. В рассматриваемом случае возможны три различных способа разделения значений сеточной функции по вычислительным узлам – одномерная или ленточная схема, двухмерное или блочное разбиение или трехмерное разбиение узлов вычислительной сетки.

На этапе декомпозиции, когда производится разделение данных на блоки для построения параллельного алгоритма, каждому процессорному элементу вместе с выделенной сеточной подобластью распределялись все значения сеточной функции, принадлежащие этой подобласти. На этапе планирования коммуникаций, когда устанавливаются связи между блоками, расчеты в которых выполняются параллельно, из-за используемого шаблона явной разностной схемы для вычисления очередного приближения в приграничных узлах каждой подобласти потребовались значения сеточной функции с соседнего граничащего процессорного элемента. Для этого на каждом процессорном элементе создавались фиктивные ячейки для хранения данных с соседнего процессорного элемента и организовывались пересылки этих граничных значений, необходимых для обеспечения однородности вычислений [5].

Сравнение различных способов распараллеливания рассматриваемого явного алгоритма решения нестационарных уравнений Навье-Стокса с целью отыскания оптимального с точки зрения минимизации затрат на пересылку данных было проведено на примере одного адвективно-диффузионного уравнения.

Предварительный теоретический анализ эффективности различных способов декомпозиции расчетной области для рассматриваемого случая показал, что при использовании более 11 процессорных элементов для вычислений в случае 3D-декомпозиции потребуется пересылать между процессорными элементами меньшее количество сеточных значений функции, и, как следствие, можно ожидать, что в этом случае затрачиваемое на пересылку время будет минимально [6]. Несмотря на это, вычислительные эксперименты (проведенные на кластере СКИФ Cyberia) позволили установить, что при числе используемых процессорных элементов до 255 лучших результатов можно достичь, используя 2D декомпозицию за счет сохранения последовательного доступа к данным в оперативной памяти.

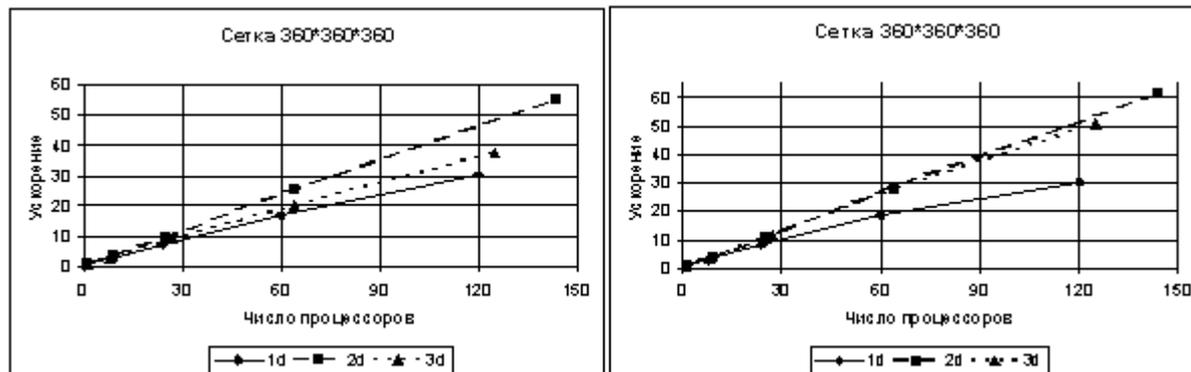


Рис. 1. Ускорение для различных способов декомпозиции расчетной области: слева – до оптимизации, справа – после оптимизации

Анализ полученных результатов показал, что при написании параллельных программ целесообразно использовать «динамические» массивы с подстраиваемыми под выделенное число процессорных элементов размерами. В этом случае прирост производительности для 2D-декомпозиции составил 6-8 %, а для 3D-декомпозиции около 14 % (рисунок 1).

Выявлены особенности параллельной реализации методов, выбранных для решения системы линейных алгебраических уравнений разностной задачи для определения поправки давления. Сравнение осуществлялось на примере численного решения эллиптического уравнения в единичном кубе с граничными условиями Дирихле на одной границе  $x_1$  и условиями Неймана на остальных границах.

Результаты сравнения показали, что для задач большой размерности только метод Зейделя с красным упорядочиванием при распараллеливании целиком повторяет процесс сходимости последовательного алгоритма, что выражается в сохранении количества итераций, требующихся для сходимости метода, вне зависимости от числа использованных процессорных элементов и способа декомпозиции. Важно отметить, что рассматриваемая реализация алгоритма очень хорошо масштабируется на любое разумное количество вычислительных узлов.

Параллельная реализация методов сопряженных и бисопряженных градиентов теоретически также не нарушает процесс сходимости последовательного алгоритма. Но на практике обнаружено, что количество итераций случайным образом меняется при различных способах декомпозиции. Численные эксперименты показали, что это является следствием некоммутативности в случае машинной арифметики вычисления суммы большого количества слагаемых (сбор частичных сумм скалярного произведения). Заметим, что сам итерационный процесс в конце концов сходится, при этом лишь незначительно меняется получение последовательности приближений к решению.

Таблица 1 – Время счета на разном количестве процессорных элементов

Метод \ Число процессорных элементов	1	9	25	64	144	225
Метод Зейделя	51756	15153	6054	2134	633	630
Метод Булева	60000	12393	5251	2539	1686	1567
Метод CG	483	136	41	12	3,9	3,6
Метод CG с пред-ем методом Зейделя	212	59	21	5,3	1,74	1,35
Метод BiCGStab с пред-ем методом Булева	152	47	20	-	-	-
Метод BiCGStab с пред-ем методом Зейделя	125	41	14,4	3,5	1,38	1,3

Параллельный алгоритм метода Булеева для поставленной задачи работает корректно в том случае, если не используется разбиение области по оси  $Ox_1$  и тем самым допускает использование лишь 1D и 2D декомпозиции.

В таблице 1 приведено время в секундах (для 2D-декомпозиции и разностной сетки), требующееся для сходимости рассматриваемых методов к решению с заданной точностью (вычисления выполнялись с точностью, контроль сходимости метода выполнялся по норме ошибки и невязки) и показано, что методы сопряженных направлений на два порядка более эффективны при решении предложенной для тестирования задачи.

Методы Зейделя с красно-черным упорядочиванием и Булеева сходятся к решению более равномерно, но требуют значительного количества итераций: 306117 – метод Булеева и 421458 – метод Зейделя. Метод сопряженных градиентов также сходится равномерно и монотонно, но за меньшее количество итераций 3683. Сходимость предобусловленных методов не является монотонной, но количество итераций сокращается на несколько порядков, так предобуславленные методом Зейделя методы CG и BiCGStab сходятся за 217 и 100 итераций соответственно. Метод BiCGStab с предобуславливанием по Булееву сходится за 271 итераций при расчете на одном процессорном элементе. Также отмечается, что количество итераций для сходимости метода Булеева увеличивается на 35 % при увеличении количества процессорных элементов до 225.

На основе полученных результатов для методов решения систем линейных алгебраических уравнений сделан вывод, что более эффективными с точки зрения ускорения и скорости сходимости являются методы сопряженных направлений. При этом выбор используемого метода должен определяться поставленной задачей. Так наиболее предпочтительным вариантом для рассматриваемой задачи является метод сопряженных градиентов с предобуславливанием методом Зейделя с красно-черным упорядочиванием.

Также отмечается, что метод Зейделя с красно-черным упорядочиванием может быть использован для решения системы уравнений для поправок давления, при этом данный метод является наиболее надежным с точки зрения оценки влияния количества используемых процессорных элементов и сложности рассматриваемой задачи на результаты расчетов.

Таблица 2 – Время счета (2D-декомпозиция) для случая моделирования ламинарного течения в канале на сетке 120x120x30

Число процессов	1	4	16	25	64	100
Время счета	4642	2801	343	134	99	97

В таблице 2 представлено время работы (в секундах) параллельной программы для различного количества процессорных элементов, используемых при решении уравнений Навье-Стокса для ламинарного течения в канале (300 шагов по времени). Заметим, что при проведении вычислений для турбулентных течений требуется около 100 000 – 500 000 шагов по времени.

#### Исследование движения воздуха и переноса примеси в уличном каньоне

На основе построенной математической модели турбулентного течения несжимаемой среды [7] для трехмерной модели уличного каньона проведен ряд расчетов. В поперечном направлении использовались условия скольжения или периодичности. В обоих случаях необходимо иметь определенное количество точек, для того, чтобы длина области в поперечном направлении была больше чем размер самого большого вихря в каньоне. Периодические граничные условия задавались в продольном направлении с целью имитировать бесконечную серию каньонов. Расчеты проводились на сетке 182x54x180. Источник поступления примеси постоянной интенсивности располагался вблизи поверхности на высоте  $h=0,125$  m. Расчеты (и осреднение величин) проводились в течение 240 с после времени инициализации, равного 200 с.

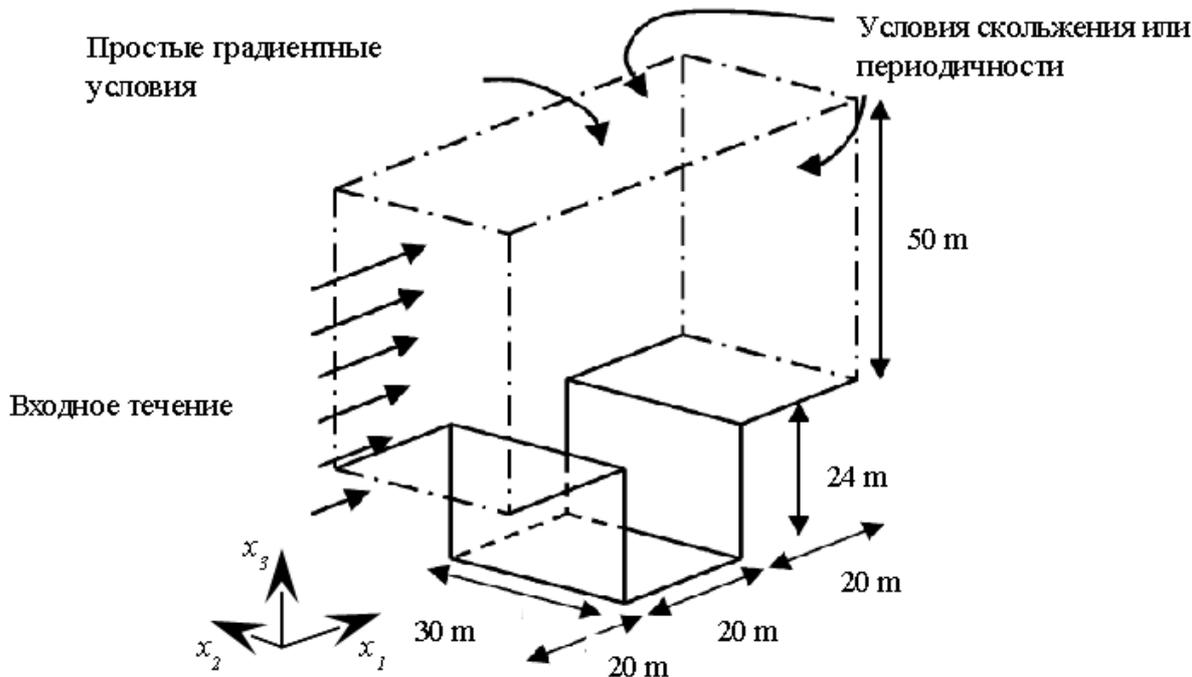


Рис. 2. Расчетная область

Результаты расчетов показывают, что максимальные концентрации примеси наблюдаются у подветренной стороны каньона и вблизи источников примеси (рисунок 3). При перемещении источника примеси к наветренной стороне возрастают максимальные концентрации примеси. Это обусловлено увеличением расстояния, которое преодолевает примесь до выхода за пределы уличного каньона, так как с увеличением этого расстояния возрастает степень рассеяния примеси за счет турбулентной диффузии. С другой стороны, когда источник примеси располагается у подветренной стороны уличного каньона, примесь рассеивается менее интенсивно и в большей степени выносится потоком из уличного каньона.

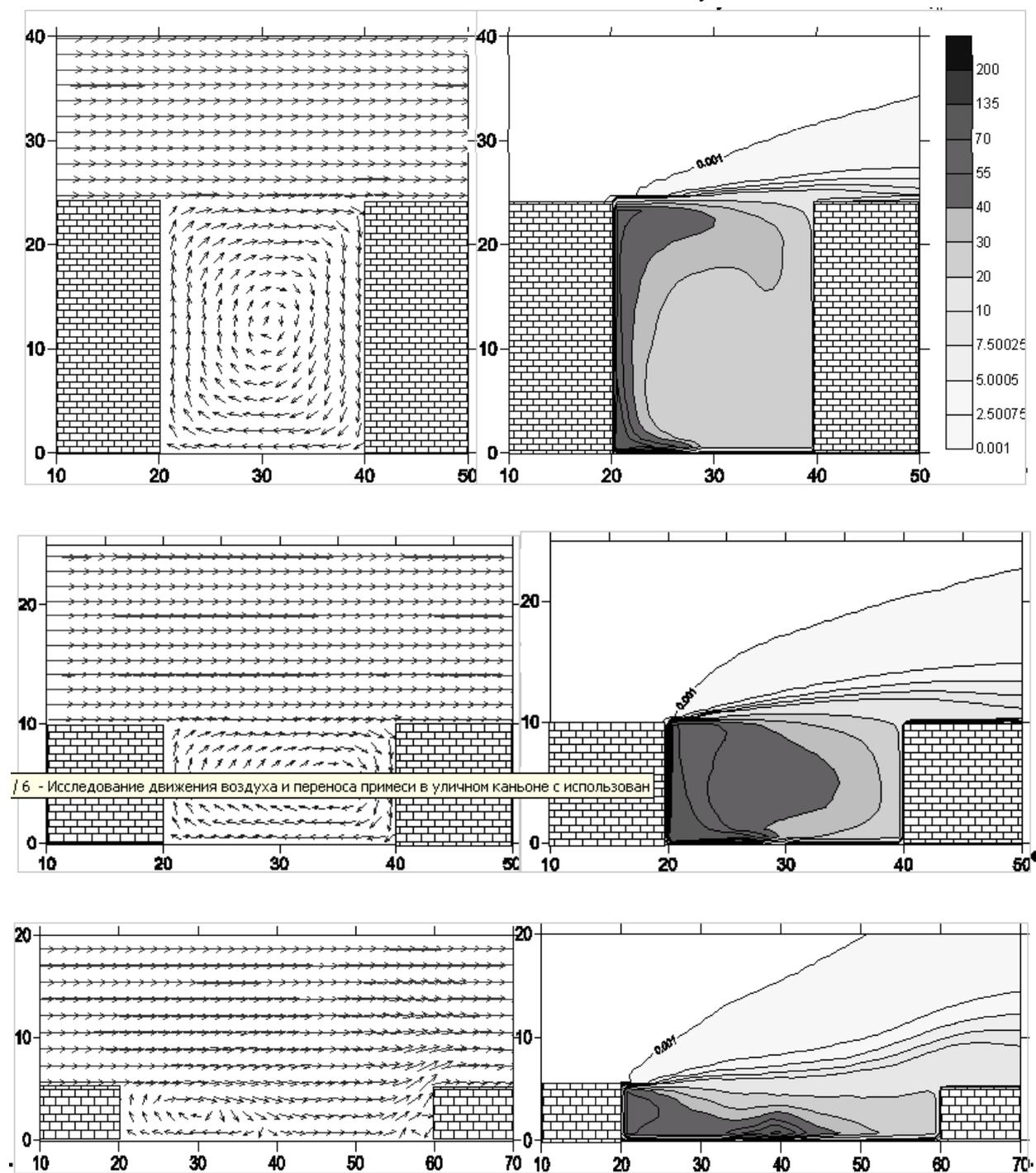


Рис. 3. Изолинии концентрации примеси, осредненной вдоль оси  $Ox_2$ , векторное поле скорости,  $U_{in}=5\text{ m/s}$ ; источник примеси  $(x_1=30\text{ m}, x_2=15\text{ m}, x_3=0,125\text{ m})$

На основе численных экспериментов показано, что увеличение скорости основного потока способствует более интенсивному выносу примеси из уличного каньона. Также показано, как геометрические параметры уличного каньона влияют на вид течения и уровень загрязнения. Так, в случае уменьшения высоты уличного каньона  $H$  или увеличения ширины  $W$  до соотношения  $H/W=0,5$  центр основного вихря

смещается к наветренному заданию и растягивается во всю длину канала (рисунок 3). Это приводит к уменьшению скорости вращательного движения воздушных масс у подветренной стороны каньона и как следствие, примесь менее интенсивно выносится из каньона и возрастают локальные значения концентрации примеси. Дальнейшее увеличение расстояния между зданиями  $H/W=0,125$  приводит к образованию двух рециркуляционных зон: большой вихрь у подветренной стороны и малый у наветренной. В этом случае примесь, поступающая от источника, расположенного в центре уличного каньона, уносится в сторону подветренного здания, где она циркулирует в турбулентном вихре.

Проведено исследование турбулентного движения воздушных масс и распределения выбросов от автотранспорта для участка городской застройки (рисунок 4) для случая, описанного в работе [8] где моделирование турбулентного течения в области городской застройки осуществлялось на основе RANS-подхода. Показано, что разработанная модель также фиксирует максимумы концентрации примеси вдоль дорог и за высотными зданиями вниз по потоку и дает более точную и подробную информацию о структуре турбулентного течения для исследуемой области.

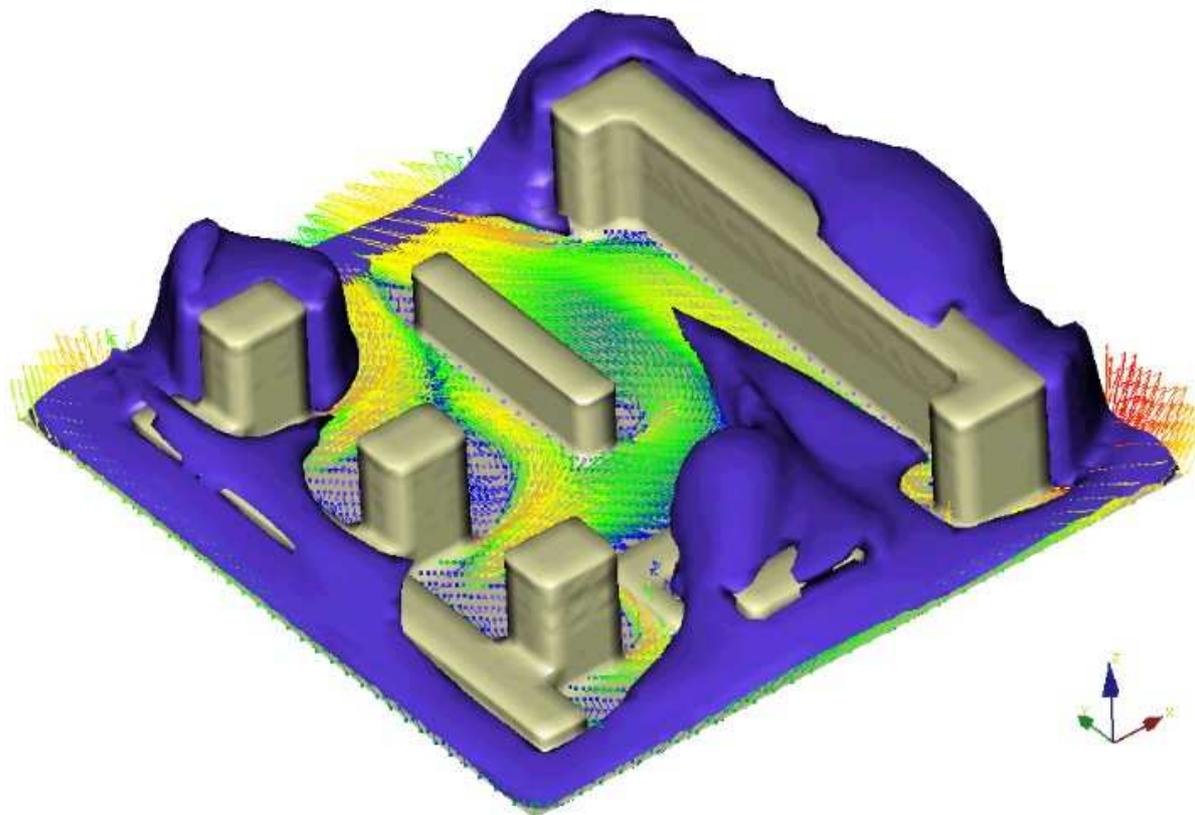


Рисунок 4 – Изоповерхность концентрации примеси  $C=0,025$  для участка городской застройки на фоне векторного поля осредненной по времени скорости ( $h=1,5$  м)

#### Заключение

1. На основе построенной математической модели турбулентного течения несжимаемой среды для трехмерной модели уличного каньона проведен ряд расчетов, результаты которых показывают, что максимальные концентрации примеси наблюдаются у подветренной стороны каньона и вблизи источников примеси. Кроме того показано, как расположение источника примеси на дне каньона и геометрические параметры исследуемой области влияют на картину течения и распределения примеси. В заключение предложенная микромасштабная математическая модель применена для расчета турбулентного течения и распространения примеси для реального участка городской застройки и на основе численного анализа полученных результатов выявлены зоны повышенной экологической опасности.
2. Применение в расчетах 2D-декомпозиции дает 135 % эффективности при использовании 25 процессорных элементов. При дальнейшем увеличении количества используемых процессорных элементов до 100 при выбранных размерах сетки, получено характерное для задач данного класса значение эффективности около 50 %.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations. I: The basic experiment // Monthly Weather Review. – 1963. – Vol. 91. – №. 3. – P. 99–165.

2. Germano M. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model / M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, W. H. Cabot // *Phys. Fluids. A.* – 1991. – Vol. 3. – P. 1760–1765.
3. Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second order scheme // *J. of Computational Physics.* – 1974. – Vol. 14. – P. 361–370.
4. Leonard B. A Stable and Accurate Convective Modeling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation / B. Leonard // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.* – 1979. – Vol. 19, – P. 59–98.
5. Данилкин Е.А. Численное решение систем связанных нелинейных дифференциальных уравнений на многопроцессорной технике с распределенной памятью / Е.А. Данилкин, А.В. Старченко // *Материалы XV международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам.* – М. : Вузовская книга, 2007. – С. 201–203.
6. Данилкин Е.А. К вопросу об эффективности 3D-декомпозиции при численном решении уравнения переноса с использованием МВС с распределенной памятью // *Вестник Томского государственного университета, Серия: математики и механика.* – 2008. – № 2(3). – С. 39-46.
7. Данилкин Е.А. Параллельная реализация численного метода решения системы уравнений Навье-Стокса при моделировании крупных вихрей турбулентных течений / Е.А. Данилкин, А.В. Старченко // *Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии.* – 2009. – Т. 7, № 2, – С. 49–61.
8. Нутерман Р.Б. Моделирование аэродинамики и распространения выбросов от автотранспорта в городском подслое / Р. Б. Нутерман, А.А. Бакланов, А.В. Старченко // *Математическое моделирование.* – 2010. – Т. 22, № 4. – С. 3–22.