ИССЛЕДОВАНИЕ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ЗВЕЗДНОЙ ДИНАМИКИ НА СУПЕРЭВМ

Н.В. Снытников

Аннотация.

Создан параллельный программный код для численного решения системы уравнений звездной динамики (состоящей из уравнения Пуассона для гравитационного потенциала и уравнения Власова для функции распределения частиц) в цилиндрических координатах. Численный алгоритм основан на методе частиц в ячейках для решения уравнения Власова, конечно-разностном методе решения уравнения Пуассона. Параллельный алгоритм является масштабируемым и позволяет проводить расчеты на сетках с несколькими миллиардами узлов и частиц. Код был применен для конструирования и исследования квазистационарной функции распределения частиц (ФР), представляющей собой вращающийся гравитирующий трехмерный диск. Метод конструирования ФР основан на прослеживании эволюции изначально нестационарного тонкого диска на временных масштабах порядка несколько десятков характерных оборотов диска. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (08-01-00615), интеграционного проекта СО РАН N.26.

Введение.

Для исследования динамики бесстолкновительных гравитирующих систем (таких как галактики или пылевая компонента околозвездных дисков) необходимо знать параметры стационарных функций распределения вещества (далее обозначаемой ФР) в самосогласованном гравитационном поле. Во-первых, это полезно для оценки влияния внешних сил, накладываемых, например, центральным телом (протозвездой в околозвездном диске либо массивной черной дырой в центре галактики), газовой компонентой или темным веществом. Во-вторых, с точки зрения анализа численной модели и решений, получаемых в ходе численных экспериментов, придавая возмущения определенного типа стационарным решениям системы уравнений звездной динамики (Власова-Пуассона), возможно изучать влияние этих возмущений на глобальную устойчивость получаемых решений, отделяя реальные физические неустойчивости от численных шумов. И, наконец, при изучении процессов, специфических для многофазных систем (например, состоящих из пыли и газа), необходимо убедиться, что нестационарность одной из компонент не имеет драматического влияния на эволюцию все системы. Однако аналитическое восстановление стационарной ФР, являющейся решением системы уравнений Власова-Пуассона, и соответствующего ей гравитационного потенциала является трудноразрешимой задачей: существуют несколько аналитических решений для дисковых систем [1], большинство из которых едва ли могут соответствовать реально наблюдаемым дисковым системам. Хотя аналитические подходы помогают дать качественные оценки для характерных параметров дисковых систем [2], они имеют ограниченное применение для конструирования трехмерных стационарных вращающихся дисковых систем. Возможный способ преодоления этих проблем основан на численном решении системы уравнений Власова-Пуассона. Основная идея этого подхода состоит в численном прослеживании эволюции вращающегося диска до того момента, когда изменения ФР перестанут быть заметными.

Хотя подобный метод не является строгим доказательством стационарности ФР, однако для большинства приложений достаточно убедиться, что ФР не меняется на временных масштабах порядка нескольких характерных оборотов (далее такие ФР будут называться квазистационарными).

Основной трудностью на пути реализации такого метода конструирования квазистационарной ФР является его трудоемкость: на каждом временном шаге необходимо решать трехмерное уравнение Пуассона и прослеживать траектории движения большого числа модельных частиц. При этом количество временных шагов для типичного численного эксперимента оставляет от 10 до 100 тысяч, а параметры расчетной сетки от 100x100x100 до 1000x1000x1000 при соответствующем количестве частиц от 10 млн. до 10 млрд. Ясно, что проведение экспериментов с такими расчетными параметрами еще долго будут оставаться на пределе возможностей современных суперкомьютеров.

Таким образом необходимо создание эффективных масштабируемых параллельных алгоритмов.

Во второй части статьи описан параллельный численный алгоритм для решения системы уравнения Власова-Пуассона в цилиндрических координатах. В третьей части представлены результаты конструирования квазистационарной ФР: показано, что тонкий нестационарный диск эволюционирует к осесимметричной ФР в виде вращающегося диска со сфероидальной структурой в центре.

II. Численная модель

Для решения системы уравнений Власова-Пуассона используется цилиндрическая область решения, где в исходный момент времени задается начальная ФР. Поскольку естественное краевое условие для гравитационного потенциала (убывание к нулю при стремлении модуля вектора координат к бесконечности) не может быть использовано непосредственно для постановки соответствующей задачи Дирихле для уравнения

Пуассона, значения потенциала на границе области вычисляются либо точно методом свертки либо приближенно методом моментов.

Далее на каждом временном шаге уравнение Власова решается методом частиц в ячейках, а уравнение Пуассона - конечно-разностным методом на 7-точечном шаблоне. Полученная после аппроксимации СЛАУ решается методом БПФ по азимутальной координате, прогонкой по вертикальной и методом блочной последовательной верхней релаксации по радиальной (при этом в качестве начального приближения берется решение с предыдущего временнго шага, что обеспечивает достаточно быструю сходимость).

Параллельная реализация.

Наиболее существенной проблемой при распараллеливании это численного метода является следующая физическая особенность задачи: изменение функции плотности в некоторой точке пространства мгновенно влечет за собой изменение гравитационного потенциала во всей области.

Таким образом непосредственное распараллеливание метода решения уравнения Пуассона обязательно требует передачи трехмерных массивов с сеточными функциями плотности и потенциала между процессорами, что, как правило, становится узким местом программного кода, зачастую требуя больше времени, чем процессорные вычисления. Поэтому ранее созданные версии параллельных алгоритмов не использовали декомпозицию области (ограничиваясь декомпозицией по модельным частицам), что влекло ограничение на размеры расчетной сетки порядка 10 млн. узлов [3, 4], обусловленное размерами оперативной памяти одного процессора.

В данной работе создан алгоритм, основанный на декомпозиции области и идее разбиения гравитационного потенциала на близкодействующую и дальнодействующую части аналогично методу, предложенному в [5, 6] для декартовых координат. При этом дальнодействующая часть вычисляется на грубой сетке, что оправдано, поскольку функция гравитационного потенциала от группы частиц является гладкой функцией на достаточном удалении от источников, а близкодействующая часть вычисляется на подробной сетке.

Схема параллельного алгоритма решения уравнения Пуассона:

1. Область решения разбивается по радиальной координате на подобласти (концентрические кольца).
2. В каждой из подобластей вводится подробная сетка с характерным шагом, на которой конечно-разностным методом [5] вычисляется локальный гравитационный потенциал, создаваемый источниками, расположенными в этой подобласти, как решение соответствующей задачи Дирихле. Граничные значения потенциала вычисляются методом свертки [7] на направляющих цилиндра и приближенным методом моментов на торцах [6].
3. В области решения вводится грубая сетка, на которой решается задача Дирихле для глобального гравитационного потенциала (шаг грубой сетки берется таким образом, чтобы обеспечить достаточную точность вычисления дальнодействующего потенциала при сравнительно небольшой трудоемкости).
4. Итоговое решение конструируется на основе комбинирования глобального решения на грубой сетке и локального решения на подробной сетке.

Схема параллельного алгоритма решения системы Власова-Пуассона:

1. Область решения разбивается по радиальной координате на подобласти. Модельные частицы распределяются по подобластям так, чтобы их плотность и скорости соответствовали начальной ФР. Каждой подобласти присваивается один или несколько процессоров (в зависимости от числа частиц в данной подобласти)
2. Вычисляется гравитационный потенциал описанным выше методом.
3. Для каждой подобласти вычисляются координаты и скорости частиц для следующего временного шага.
4. Происходит перераспределение между процессорами тех частиц, которые перелетели из одной подобласти в другую (таких пересылок сравнительно немного, поскольку за один шаг возможен переход частицы только в соседнюю ячейку).

Алгоритм хорошо масштабируется вплоть до сеток с количеством узлов порядка нескольких миллиардов и соответствующим числе частиц и показывает приемлемую эффективность распараллеливания.

Тестовые эксперименты.

Помимо обычного анализа численной сходимости метода, тестирования его программной реализации и проверки таких критериев правильности расчета как выполнение фундаментальных законов сохранения, необходимо убедиться, что (а) рост гравитационных неустойчивостей не подавляется во время численного интегрирования системы Власова-Пуассона (в том случае если эти неустойчивости развиваются для заданной ФР), (б) численные неустойчивости, возникновение которых обусловлено взаимодействием частиц с сеткой [8], не появляются для стационарной ФР.

Для тестирования этих свойств были адаптированы следующие хорошо известные решения [1, 2].

1. Неустойчивость твердотельно вращающегося диска Маклорена относительно возникновения гравитационных неустойчивостей. Эксперимент прослеживающий эволюцию соответствующей ФР в постоянном поле показал, что диск находится в равновесии (т.е. ФР не изменялась). Эксперимент с самосогласованным полем показал фрагментацию диска после четверти оборота вследствие развития неустойчивостей.

2. Проверка критерия Тоомре [9] устойчивости вращающегося диска относительно осесимметричных возмущений. В этом случае для ФР диска Маклорена задавались раличные исходные дисперсии радиальной компоненты скоростей частиц. При этом азимутальная компонента гравитационного поля задавалась равной нулю, чтобы обеспечить эволюцию диска только под воздействием радиальной (осесимметричной) компоненты. При значении параметра Тоомре Q в пределах от 0 до 1.0 в диске появлялись осесимметричные неустойчивости (визуально выглядевшие как кольца уплотнений вещества). При дальнейшем увеличении параметра Q от 1.0 до 1.5 кольца исчезали и диск оставался устойчивым на протяжении нескольких оборотов.
3. Неустойчивость горячего диска Маклорена относительно появления неосесимметричной барообразной структуры. В случае эволюции диска Маклорена в самосогласованном поле при значении параметра Тоомре $Q > 1$ в диске образовывалась барообразная неустойчивость, известная из работы [10], существование которой подтверждается наблюдательными данными.
4. Устойчивость модели Эйнштейна для сферических звездных скоплений. ФР определяется таким образом: частицы распределены в шаре с постоянной плотностью, каждая частица вращается вокруг центра масс с произвольным направлением тангенциальной скорости (радиальная компонента скорости равна нулю). Численный эксперимент показал устойчивость этой ФР.

III. Численные эксперименты

Эволюция нестационарного тонкого диска.

Начальная ФР вращающегося диска задается поверхностной плотностью с экспоненциальным радиальным профилем, вертикальной толщиной много меньшей радиуса диска, средними значениями скоростей частиц, выбранными таким образом, чтобы каждая частица вращалась вокруг центра масс, и дисперсиями скоростей, достаточными для подавления осесимметричных неустойчивостей по критерию Тоомре. В начальный момент в диске развивается барообразная неустойчивость, которая затем преобразуется во вращающийся с постоянной скоростью бар (вытянутую перемычку в центре области).

По вертикали наблюдаются изгибные деформации бара, которые приводят к его изгибу и преобразованию в постоянно вращающуюся эллипсоидальную структуру.

Результаты этих расчетов находятся в соответствии с работами [11, 12].

Конструирование квазистационарной ФР для осесимметричного вращающегося диска.

Полученная в результате предыдущего эксперимента ФР была модифицирована следующим образом. Азимутальные значения функций плотности и компонент дисперсий скоростей усреднялись и полученные значения использовались в качестве начальной ФР. Оказалось, что заданная таким образом ФР близка к квазистационарному состоянию. В начальный момент времени наблюдалась незначительная модификация некоторых параметров, а затем, на временах порядка четырех характерных оборотов ФР оставалась постоянной.

Для проверки устойчивости диска относительно изгибных деформаций, и чтобы понять, возможно ли сконструировать более тонкий диск, ФР искусственно модифицировалась с помощью сжатия по вертикали. Было обнаружено, что при коэффициенте сжатия более чем в 4 раза диск становился неустойчивым к появлению изгибной деформации. Эти результаты согласуются с работами [11, 13].

IV. Заключение

Используя разработанную [3, 4] численную модель для решения задач гравитационной физики, дополненную новым масштабируемым параллельным методом пространственной декомпозиции были проведены численные эксперименты по конструированию квазистационарной функции распределения вещества в виде трехмерного вращающегося диска со сфероидальной структурой в центре области. Было показано, что полученная ФР может быть аппроксимирована плотностью и компонентами дисперсии скоростей.

Существование значительно более тонких дисков, по-видимому, невозможно вследствие развития в них изгибных неустойчивостей преобразующих.

ЛИТЕРАТУРА:

1. В.Л. Поляченко, А.М. Фридман. Равновесие и устойчивость гравитирующих систем. Москва: Наука, 1976.
2. А.Г. Морозов, А.В. Хоперсков. Физика дисков. Волгоград: Издательство ВолГУ, 2005.
3. В.А. Вшивков, В.Н. Снытников, Н.В. Снытников. Моделирование трехмерной динамики вещества в гравитационном поле на многопроцессорных ЭВМ // Вычислительные технологии, Т. 11, N.2, 2006.
4. N.V. Snytnikov, V.A. Vshivkov, V.N. Snytnikov. Study of 3D Dynamics of Gravitating Systems Using Supercomputers: Methods and Applications // Parallel Computing Technologies, LNCS, Vol. 4671, 2007.
5. G.T. Balls, P. Collela. A finite difference domain decomposition method using local corrections for the solution of Poisson's equation // Journal of Computational Physics. 180(1):25-53, 2002
6. G.T. Balls. A Scalable Parallel Poisson Solver in Three Dimensions with Infinite-Domain Boundary Conditions // Proceedings of the 2005 International Conference on Parallel Processing Workshops. p.163-172. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2005.
7. Р. Хокни, Дж. Иствуд. Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987.

8. Березин Ю.Б, Вшивков В.А. Метод частиц в динамике разреженной плазмы. Новосибирск: Наука, 1980.
9. A. Toomre. On the gravitational stability of a disk of stars // Astrophysal Journal, Volume 139, pp. 1217-1238, 1964.
10. J.P. Ostriker, P.J.E. Peebles. A Numerical Study of the Stability of Flattened Galaxies: or, can Cold Galaxies Survive? // Astrophysical Journal, Vol. 186, pp. 467-480, 1973.
11. N. Raha, J.A. Sellwood, R.A. James, F.D. Kahn. A dynamical instability of bars in disk galaxies // Nature, vol. 352, pp. 411, 412, 1991.
12. V.P. Debattista, L. Mayer, C.M. Carollo, B. Moore, J. Wadsley, T. Quinn. The Secular Evolution of Disk Structural Parameters // Astrophysical Journal, Volume 645, Issue 1, pp. 209-227, 2006.
13. S. Udry. N-body equilibrium figures of early-type galaxies. I - Global structures // Astronomy and Astrophysics, vol. 268, no. 1, p. 35-52, 1993. = k_h \cdot z_h^0$ (where z_h^0~-- is a vertical length of the disk). It was found that when k_h less than 1/4 there was a bending instability of the spheroid-like structure at the center. Fig.\reffig:quasi_stationary_vh demonstrates comparison of the results of the 3 simulations with the compression factors $k_h=1.0, \ 0.5, \ 0.25$.