РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ПОГРУЖЕННОЙ ГРАНИЦЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ОБЛАСТЯХ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ НА ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОРАХ

Е.В. Мортиков

Во многих задач вычислительной гидродинамики встречаются области со сложной геометрией. Часто для решения подобных задач используют криволинейные сетки, соответствующие границам области. Такой подход требует больших вычислительных затрат для генерации сетки, особенно в задачах с движущимися или деформируемыми границами. Совершенной иной способ решения гидродинамических задач в областях со сложной геометрией заключается в использовании традиционных декартовых сеток, при этом краевые условия на криволинейной границе аппроксимируются специальными методами. Поскольку в этом случае нет необходимости в разработке сложных алгоритмов покрытия области криволинейными сетками, то методы данного класса обладают достаточной универсальностью и не зависят от конкретной конфигурации области.

Первые работы, сочетающие криволинейные границы и декартовы сетки. Относятся к первой половине XX века и связаны с решением эллиптических уравнений численными методами. В настоящее время используются такие методы, как метод ступенчатого представления границы (stair-step method [1]), метод скошенных ячеек (cut-cell method [2]), метод погруженной границы (immersed boundary method [3]). Метод ступенчатого представления границы основан на совмещении контура границы и ближайших узлов сетки. Приближение границы ступеньками во многих случаях может оказаться слишком грубым. В методе скошенных ячеек для аппроксимации краевых условий изменяется форма ячеек, имеющих пересечение с криволинейной границей. Это приводит к тому, что вычислительная область представляется не декартовой сеткой; как следствие, метод скошенных ячеек не лишен недостатков тех методов, в которых расчетная область полностью покрывается адаптивной криволинейной сеткой.

Метод погруженной границы был разработан Ч. Пескиным в 1972 году для моделирования потока крови вокруг сердечного клапана [4]. В его работе уравнения потока численно решались на фиксированной в пространстве прямоугольной сетке с эйлеровой системой координат. Криволинейная сетка с лагранжевой системой координат использовалась для представления упругой границы (стенок сердца), а присутствие погруженной границы учитывалось добавлением специальной функции в уравнения. Метод Пескина успешно применяется для воспроизведения течений, связанных с биологическими процессами, для которых требование упругой границы естественно; однако различные модификации этих методов для решения задач с неупругими и недеформируемыми границами приводят к жестким системам. Для подобных задач, а также для моделирования потоков с большим числом Рейнольдса были разработаны варианты метода погруженной границы, в которых влияние погруженной границы на поток учитывается после дискретизации уравнений на декартовой сетке [5]. Данный способ позволяет точно представить границу обтекаемой области, что особенно важно в вычислительной гидродинамике.

Важной отличительной особенностью различных вариантов метода погруженной границы является то, что система уравнений, описывающих течение жидкости, численно решается на декартовой расчетной сетке. Поэтому нет необходимости в дополнительных вычислительных затратах на хранение структуры сетки по сравнению с методами, использующими криволинейные сетки. Более того, декартовы сетки позволяют применять мощные алгоритмы для решения дифференциальных уравнений, которые приводят к уменьшению числа математических операций, приходящихся на одну точку сетки, и к сокращению времени выполнения алгоритма (например, во многих задачах возможно эффективно использовать многосеточные методы для решения уравнения Пуассона). Преимущество использования декартовых сеток особенно заметно для задач с движущимися границами. При моделировании таких течений на криволинейных сетках приходиться перестраивать сетку на каждом шаге, а также необходима процедура для проектирования значений переменных потока на новую сетку. Дополнительные вычисления существенно сказываются на времени выполнения, а также на точности и устойчивости численных реализаций математических моделей. При решении задач большой размерности с помощью технологий параллельного программирования необходимо эффективно использовать преимущества декартовых сеток с учетом особенностей метода погруженной границы.

В работе рассматриваются два различных варианта метода погруженной границы:

1. метод, представляющий собой модификацию изначального метода Ч. Пескина, где для выполнения краевых условий в уравнения движения добавляется специальная функция. При этом в отличие от метода Ч. Пескина данная функция априори неизвестна и определяется на этапе численного решения задачи. Таким образом, снимается требование упругой границы.
2. метод фиктивных ячеек, где влияние погруженной границы учитывается на этапе дискретизации уравнений. Метод фиктивных ячеек можно рассматривать как метод конечных разностей с экстраполяцией через границу значений в фиктивных точках. Широкий выбор различных способов экстраполяции придает

данному методу достаточную гибкость для решения широкого класса задач в областях сложной конфигурации.

Целью работы является получение эффективной программной параллельной реализации метода погруженной границы для решения задач большой размерности характерных для вычислительной гидродинамики. Численные реализации указанных методов погруженной границы сравнивались на примере решения ряда гидродинамических задач (течение вокруг кругового цилиндра, сферы, а также течений в областях с подвижными границами) на вычислительных системах с распределенной памятью и на системах использующих графические ускорители. Для реализации на графических адаптерах использовалась среда разработки высокого уровня CUDA (Compute Unified Device Architecture) на языке C компании NVIDIA. Рассматриваются достоинства и недостатки применения данной технологии с общей памятью, по сравнению с вычислительными системами с распределенной памятью, для моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости в областях сложной конфигурации.

ЛИТЕРАТУРА

1. de Zeeuw D., Powell K.G. An adaptively refined mesh solver for the Euler equations // J. of Computational Physics. 1993. 104. 56-68.
2. Ingram D.M., Causon D.M., Mingham C.G. Developments in Cartesian cut cell methods // Mathematics and Computers in Simulation. 2003. 61. 561-572.
3. Mittal R. Iaccarino G. Immersed boundary methods // Annual Review of Fluid Mechanics. 2005. 37. 239-261.
4. Peskin C.S. The fluid dynamics of heart valves: experimental, theoretical and computational methods // Annual Review of Fluid Mechanics. 1982. 14. 235-259.
5. Mohd-Yosuf J. Combined immersed boundary / B-spline methods for simulation of flow in complex geometries // CTR Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research. Stanford University Press, 1997. 317-328.