ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИ РАСЧЁТЕ НАПРЯЖЕНИЙ В КРЕПИ СКВАЖИНЫ

С.Ю. Семёнов, Э.И. Зайруллина, И.М. Губайдуллин

В задаче расчёта напряжений, возникающих в крепи скважины, возникает необходимость решения систем линейных уравнений, порядок которых очень велик. Использован параллельный алгоритм для метода Гаусса. Проведена оценка эффективности для данного алгоритма.

1. Актуальность.

Завершающим этапом строительства скважин является крепление. В случае некачественного его проведения значение всей предыдущей работы может быть сведено к минимуму. Поэтому возникает проблема повышения герметичности скважин. В системе «обсадная труба - цементный камень — горная порода» наиболее слабым звеном является цементный камень. Во время проведения различных технологических процессов на цементное кольцо воздействуют статические и динамические нагрузки, перепады давления, что приводит к нарушению его целостности. В результате некачественного цементирования возникают различные осложения [2]:

- возникновение открытых фонтанов;
- межпластовые перетоки;
- нефтегазоводопроявления;
- обводнение продуктивных горизонтов.

Для того, что предупредить эти проблемы, необходимо подобрать оптимальный состав тампонажного раствора для заполнения затрубного пространства. При этом определяющим параметром является максимальная нагрузка, которую может выдержать цементный камень при затвердевании. Итак, перед нами стоит задача расчёта максимально возможных напряжений, возникающих в крепи скважины, при заданных параметрах.

2. Математическая модель.

При решении поставленной проблемы был использован метод конечных элементов, т. к. он даёт хорошие возможности для распараллеливания, а для уточнения результатов конечно-элементная сетка может легко уменьшаться [3],[4].

Для разбиения области на конечные элементы использован адаптивный алгоритм со сгущением сетки вблизи границ раздела сред и местах приложения нагрузок. Для определения густоты сетки вводится функция принадлежности. Плотность распределения точек по поверхности пропорциональна этой функции. Предполагается, что точки отталкиваются друг от друга с силой, величина которой обратно пропорцинальна квадрату расстояния между ними. Таким образом производится оптимизация расположения точек на поверхности. Этими точками область делится на треугольные элементы. При правильном выполнении расчетов полученные треугольники будут стремиться к равносторонним.

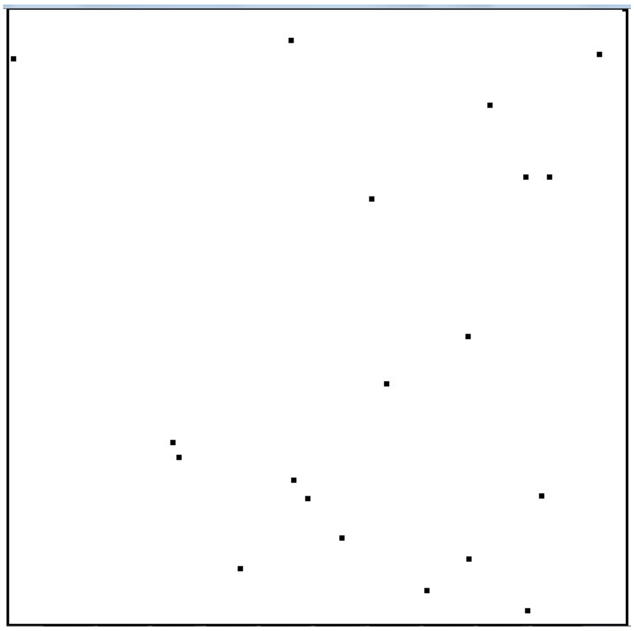
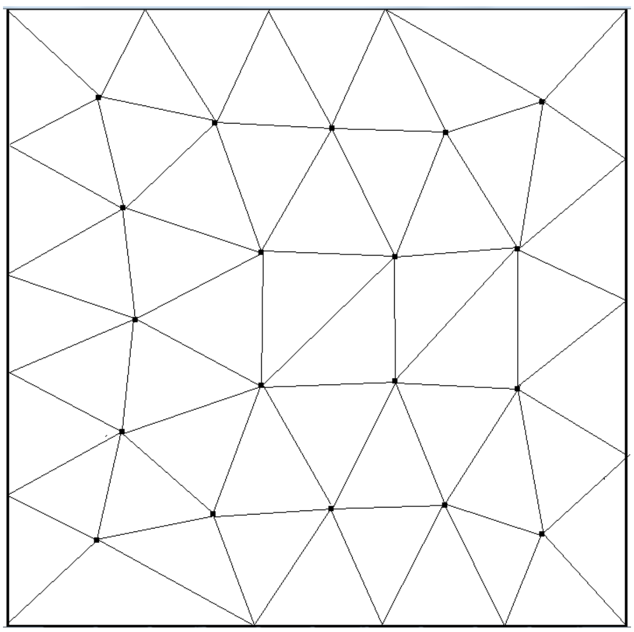

Рис.1. Случайное и оптимизированное распределения точек.

Разбиение области на треугольники строиться на основе критерия Делоне. Суть метода сводится к тому, что окружность, описанная вокруг любого треугольника не должна «захватывать» другие точки.

Качество разбиения можно оценивается по формуле [1]:

$$q=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\frac{r}{a},\text{ где}$$

$$a-\text{наибольшая сторона треугольника}, r-\text{радиус вписанной окружности.}$$

Для равностороннего треугольника, качество разбиения будет равно 1.

Для получения искомых напряжений сначала необходимо определить перемещения узловых точек. Эти перемещения можно найти, решив систему линейных алгебраических уравнений:

$$\{F\}=[K]\{U\}+\{F\}_p+\{F\}_{\varepsilon_0},\text{ где}$$

$$\{F\}-\text{силы, действующие в узлах},(H);$$

$$[K]-\text{глобальная матрица жёсткости},\left(\frac{H}{M}\right);$$

$$\{U\}-\text{узловые перемещения},(M);$$

$$[K]\{U\}-\text{силы, вызванные перемещениями узлов},(H);$$

$$\{F\}_p-\text{силы, уравновешивающие действующие нагрузки},(H);$$

$$\{F\}_{\varepsilon_0}-\text{силы в узлах, обусловленные начальными деформациями},(H).$$

При решении СЛАУ применяем параллельный алгоритм для метода Гаусса.Напряжения в элементах вычисляются через полученные перемещения по формуле:

$$\{\sigma\}=[D][B]\{U\}-[D]\{\varepsilon_0\},\text{ где}$$

$$\{\sigma\}-\text{вектор напряжений};$$

$$[D]-\text{матрица упругих коэффициентов},\left(\frac{H}{M^2}\right);$$

$$[B]-\text{матрица градиентов},\left(\frac{1}{M}\right);$$

$$\varepsilon_0-\text{начальные деформации.}$$

3. Параллельный алгоритм.

Для решения систем линейных уравнений был применен параллельный вариант метода Гаусса, который основывается на циклической схеме распределения строк. При таком подходе вычислительные мощности процессоров загружены равномерно [5].

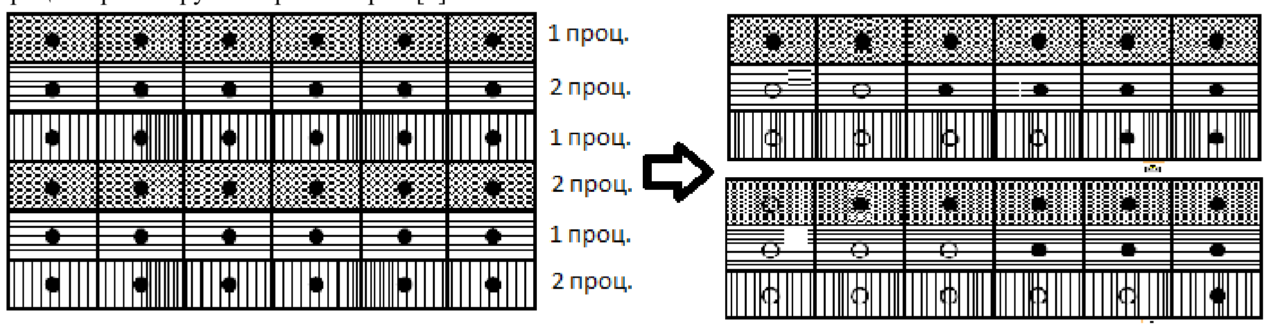

Рис.2. Распределение строк матрицы по процессорам.

Как прямой, так обратный ход решения СЛАУ выполняется параллельно. Для уменьшения погрешности вычисления на каждой итерации i производится выбор максимального значения aji, где i<=j<(n-1), n-размерность матрицы.

Строка, с наибольшим aji рассматривается на данной итерации i как базовая.

Общее число операций параллельного варианта метода приблизительно равно

$$T_p=\frac{1}{p}\sum_{i=2}^{n}\left(3i+2i^2\right),$$

$$\text{где } p-\text{количество процессоров}, n-\text{размерность матрицы.}$$

4. Основные результаты.

Нами был проведён вычислительный эксперимент для определения зависимости между временем решения СЛАУ при применении параллельного алгоритма для матриц различной размерности и разного количества процессоров(1,2,3,4). По этим результатам определены ускорение и эффективность выполнения параллельной программы.

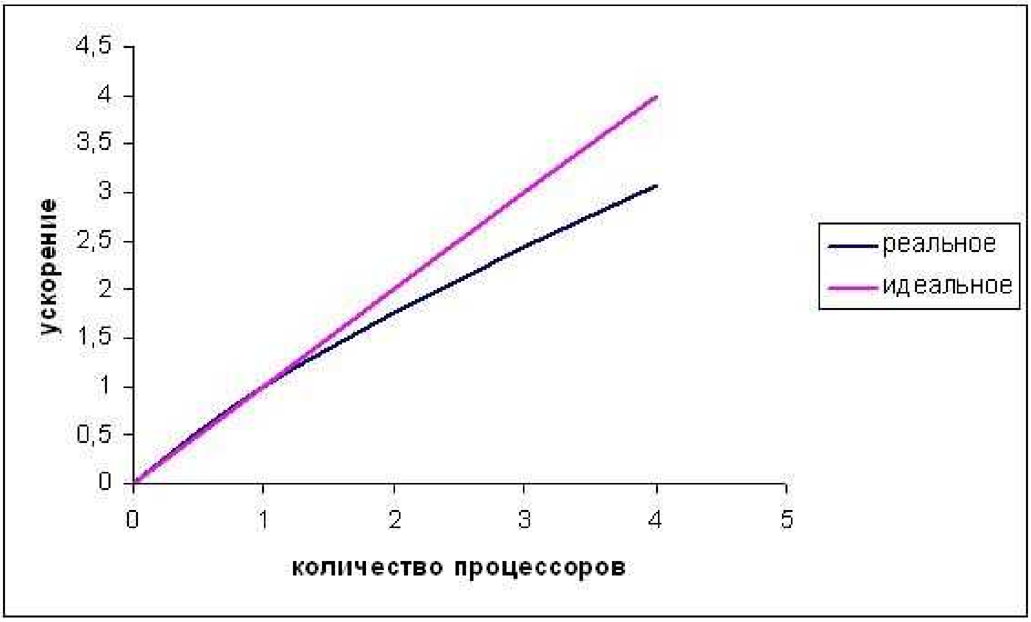

Рис.2. Ускорение параллельной программы.

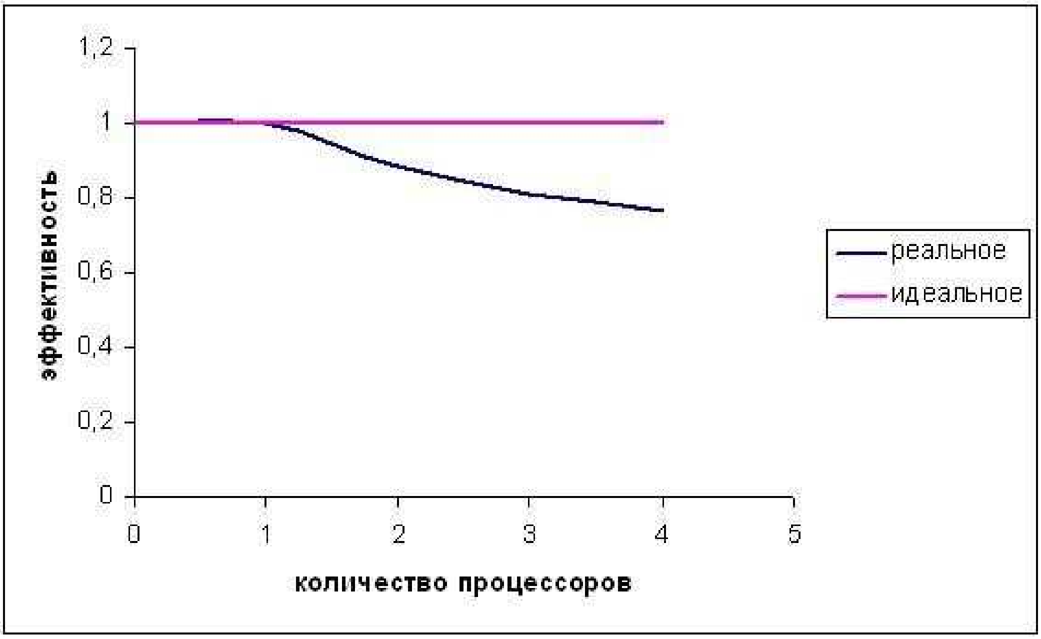

Рис.2. Ускорение параллельной программы.

5. Выводы.

Реализован алгоритм параллельных вычислений для решения систем линейных уравнений при нахождении напряжений, возникающих в крепи скважины. Также проведён анализ эффективности параллельного алгоритма. В будущем предполагается применение параллельных методов для разреженных матриц ленточного типа.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Д.М. Колонских Математическое моделирование и расчёт поля напряжений в височно-нижнечелюстном суставе:дис. на соиск. уч. степ. канд. физ.-мат. наук/ БашГУ – Уфа, 2007.
2. А.В. Самсыкин Разработка композиционных тампонажных составов повышенной сопротивляемости динамическим воздействиям для сохранения герметичности крепи скважин:автореф. дис. на соиск. уч. степ. Канд. техн. наук / УГНТУ — Уфа:УГНТУ, 2010.
3. Л. Сегерлинд Применение метода конечных элементов. - М.:Мир,1979. 392 с.
4. О. Зенкевич Метод конечных элементов в технике. - М.:Мир, 1975. 541 с.
5. www.intuit.ru