

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА FDTD МЕТОДОМ ДЛЯ БОЛЬШИХ ЗАДАЧ

А.Н. Семёнов

При решении задач о взаимодействии объектов, размер которых сравним с длиной световой волны (400-800нм), возникает необходимость создания математических моделей, основанных на электромагнитной природе взаимодействия между объектами и, соответственно, на решении уравнений Максвелла для данной модели. К тому же возникает задача моделирования сред с неоднородными электромагнитными характеристиками, что требует дополнительного описания свойств процесса.

Точное определение электромагнитных полей в произвольной, неоднородной, диэлектрической среде это важный как теоретический вопрос, так и практический предмет исследования микроволновых эффектов. Точные аналитические решения получены только для простых рассеивающих объектов таких как сфера и цилиндр, которые могут быть получены методом разделения переменных или через функцию Грина. Для сложных объектов мы должны прибегнуть к некоторым численным методам, чтобы получить точную модель для последующего исследования. Основные задачи электромагнитного рассеивания сложно разрешить либо только аналитически, либо только численными методами из-за усложнений эффектов на искривлениях, углах, отверстиях или заполненных диэлектриком структурах. При попытке проникнуть в глубь механизмов рассеивания, используя аналитический или численный подходы, приходилось использовать канонические структуры чаще, чем реалистичные модели. Альтернативный подход, который используется в данной работе, это метод конечных разностей во временной области (finite-difference time-domain FDTD), который позволяет вычислять поля прямым моделированием реалистичных структур.

FDTD метод, впервые предложенный Yee[4], позволяет получить численное решение для рассеяния электромагнитных полей на объектах произвольной формы и произвольного материала. Этот метод используется при решении широкого круга задач, таких как рассеяния, поглощение, биоэлектромагнетизм, излучение антенн и EMC/EMI анализ[1]. Основными плюсами FDTD метода является: Во первых то что этот метод позволяет получить за один расчет данные на всей полосе частот. Во вторых этот метод позволяет достаточно легко моделировать сложные объекты. В третьих для расчетов требуется меньше памяти чем для других подобных методов таких как метод моментов. Метод FDTD является явной разностной схемой, позволяющей явно выразить значения компонент электромагнитного поля на следующем временном слое через значения на текущем слое.

В данной работе рассматривается трехмерная область $S = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c\}$. Вся эта пространственная и временная область разбивается на однородную сетку $\omega_h^n = \{x_i = ih_x, y_j = jh_y, z_k = kh_z, t_n = n\tau; i = 0, 1, \dots, N_x, j = 0, 1, \dots, N_y, k = 0, 1, \dots, N_z, n = 0, 1, \dots\}$.

Суть FDTD-метода состоит в использовании решётки *Йее* (*Yee lattice*), названной в честь ученого, первым предложившего и разработавшего FDTD-метод численного решения уравнений Максвелла. Ниже приведена эта решетка для трехмерного случая.

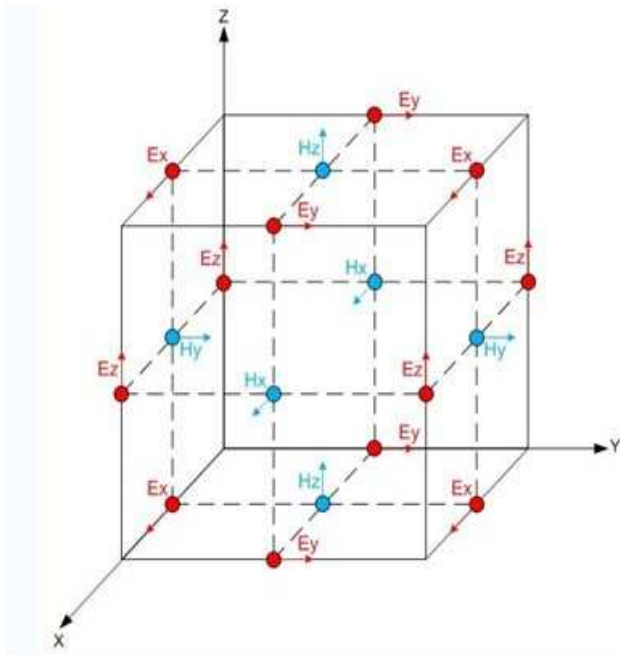


Рис.1 Решетка Yee

Эта решетка представляет собой одну ячейку сетки, используемой в методе FDTD. Все компоненты электромагнитного поля E_x , E_y , E_z , H_x , H_y , H_z берутся в разных точках. Компоненты электрического поля H находятся в центрах граней, а компоненты магнитного поля E - посередине ребер. Таким образом каждая компонента поля вычисляется через две пары соседних компонент поля на предыдущем временном слое[1].

В данной работе в качестве технологии параллельного программирования будет использоваться гибридный подход MPI/OpenMP[2]. В качестве параллелизма по данным рассмотрим 1D декомпозицию вдоль оси-z представленной трехмерной расчетной области. Для всех компонент поля на полученных подобластях расчетный цикл остается прежним, кроме граничных компонент E_x , E_y , H_x , H_y . Зависимости между этими компонентами представлены на Рис.2.

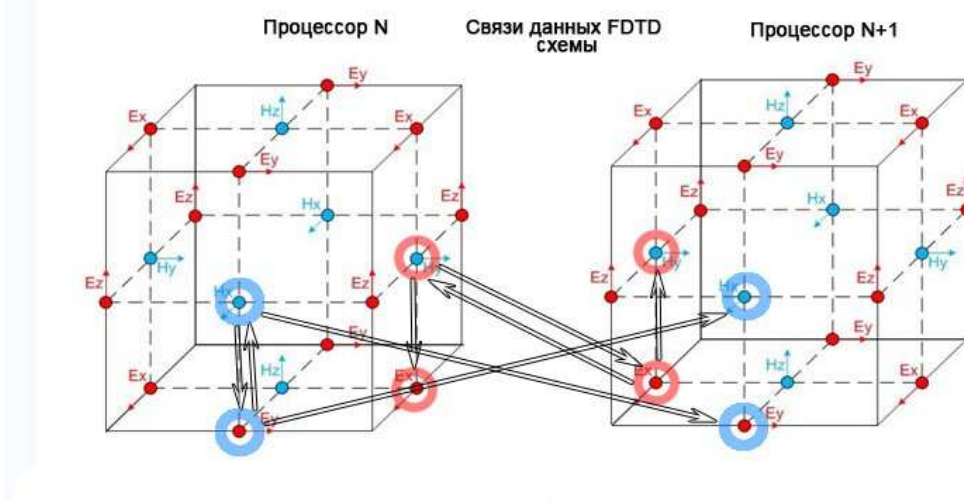


Рис. 2

Таким образом для хранения данных необходимо 6 массивов для компонент поля и 2 массива для диэлектрической и магнитной проницаемости, позволяющие задавать сложные объекты. Чтобы нивелировать в представленной схеме время требуемое для пересылки компонент поля на границах подобластей рассмотрим следующую предложенную в данной работе блок-схему работы алгоритма на одном узле Рис 3 основанную на асинхронной пересылке данных. Как видно из блок-схемы в основном цикле, в то время как рассчитывается основная область электрического или магнитного поля, его компоненты находящиеся на границах и рассчитанные первыми, пересылаются на соседний узел. Такая схема позволяет частично нивелировать время пересылки между узлами. Для параллелизма с использованием технологии OpenMP, производится распараллеливание по данным внешних циклов расчетов электрического и магнитного поля.



Рис. 3

На основе представленной схемы был создан код и проведены тестовые расчеты на суперкомпьютере BlueGene/P для задач с различным размером пространственной сетки и на различном числе узлов. Тестовый расчет заключается в том, что берется точечный жесткий источник в центре трехмерной расчетной области, для которого известно аналитическое решение. До того как волна достигнет границ расчетной области. На Рис 4. представлен срез компоненты H_z магнитного поля в вдоль оси-z.

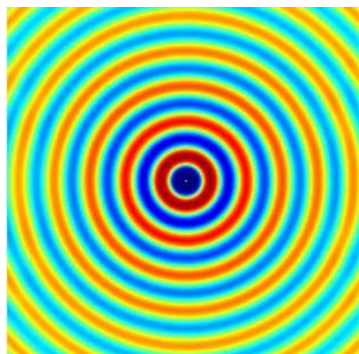


Рис 4. Амплитуда H_z компоненты поля вдоль среза по оси-z.

Сравнение полученного решения с аналитическим решение выражающимся через функция Ганкеля третьего рода представленно на Рис. 5. Разница между точным и численным решениями лежит в пределах предполагаемой точности разностной схемы $O(\tau^2 + h^2)$.

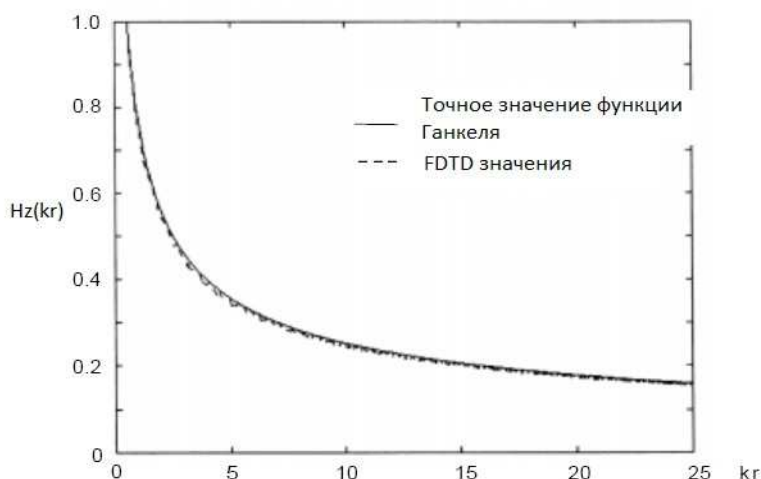


Рис5. Сравнение нормализованного решения с аналитическим.

В представленной далее таблице приведены результаты времени расчета на различном числе вычислительных узлов для различного размера данных для 100 шагов по времени. Размер данных выбирался таким образом, что бы они помещались на одном узле BlueGene/P и чтобы при декомпозиции по оси-z размерность массива по координате z была не меньше 2, поскольку иначе расчет сводился бы к только вычислению граничных интерфейсов и их пересылок.

Таблица 1

	Время на	Время на	Время на	Время на	Время на	Время на	Время на
Размер расчетной области	32 узлах	64 узлах	128 узлах	256 узлах	512 узлах	1024 узлах	2048 узлах
1024x1024x512	1047.5 сек.	588.0 сек.	360.8 сек.	203.4 сек.	x	x	x
1024x1024x2048	x	x	588.9 сек.	361.5 сек.	204.8 сек.	114.4 сек.	x
1024x1024x8192	x	x	x	x	1046.1 сек.	560.2 сек.	363.7 сек.

Как видно из таблицы, если указанные выше условия выполнены, то задача масштабируется без потерь производительности. Ускорение же колеблется при двукратном увеличении узлов от 1.6-1.8.

В данной работе разработана программа позволяющая решать на суперкомпьютере BlueGene/P FDTD методом задачи электромагнитного рассеяния порядка 4000x4000x4000 ячеек, что при разрешении 1/10 длины волны соответствует 400x400x400 длин волн. Получены характеристики ускорения и масштабируемости кода на тестовых задачах.

ЛИТЕРАТУРА:

1. A. Taflov "Computational Electrodynamics: The Finite-difference time-domain method" // Norwood, MA:Artech 2000
2. Wenhua. Yu, Ray Mittra "Parallel Finite-Difference Time-Domain Method" // Artech House 2006
3. Dennis M. Sullivan "Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method" // RF and microwave technology IEEE Press 2000
4. Kane Yee "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media" // IEEE Transactions on Antennas and Propagation **14**: 302–307