ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ОБЛАСТЯХ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ПОГРУЖЕННОЙ ГРАНИЦЫ НА ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОРАХ

Е.В. Мортиков

Для решения широкого класса гидродинамических задач, как правило, требуются существенные вычислительные ресурсы. Это связано, как с необходимостью хранения больших объемов данных, так и со значительным объемом вычислений. Поскольку быстродействие алгоритмов для данных задач является крайне важным фактором, то существует большое число работ посвященных исследованию и модификации существующих реализаций численных методов для параллельной обработки данных на различных вычислительных архитектурах.

Развитие графических процессоров в последнее десятилетие вызвало рост интереса к возможности использования графических карт в качестве математических сопроцессоров для проведения расчетов, связанных с численным воспроизведением гидродинамических течений. Распространение специализированных сред программирования (CUDA, OpenCL и др.) способствует появлению реализаций математических моделей, в которых перенос вычислений на новую архитектуру связан не с целью визуализации обрабатываемых данных, а с целью ускорения программ для описания моделируемых явлений. На сегодняшний день новая архитектура находит применение как в моделях, в которых учитываются процессы на малых пространственных масштабах, так и в моделях прогноза погоды и мезомасштабных/региональных моделях [1, 2]. Для ряда задач графические ускорители позволяют получить существенный выигрыш в производительности, однако, реализации других моделей на данной архитектуре не так эффективны и требуют дальнейших исследований.

Первые работы, посвященные использованию графических процессоров в задачах вычислительной гидродинамики, связаны с попытками совмещения численных расчетов, описывающих течение, и визуализацию потока непосредственно на видеокартах [3, 4]. Широкое распространение в настоящее время получили методы решеточных уравнений Больцмана для воспроизведения течений в сложных областях в связи с достаточной простотой распараллеливания на различные архитектуры, в том числе на графические процессоры, где достигается значительное ускорение по сравнению с вычислениями на центральном процессоре [5]. Тем не менее, их применение в задачах моделирования сжимаемой жидкости, а также для описания подвижных границ, как и аналогичных методов частиц [6], имеет ряд ограничений.

Существующие алгоритмы, основанные на решении сеточных уравнений Навье-Стокса, не так эффективны при реализации на графических процессорах, что связано с необходимостью решения уравнения Пуассона для выполнения уравнения неразрывности, а также учета криволинейных границ при решении задач в сложных областях. Выбор подходящего метода для решения эллиптических уравнений зависит от класса решаемых задач, численной схемы и типа дискретной сетки, покрывающей область. Для ряда задач возможно применение эффективных многосеточных методов [7, 8], которые демонстрируют хорошие результаты при переходе на архитектуру графических процессоров [9]. К другим распространенным методам решения уравнения Пуассона относятся итерационные методы градиентного типа [10], однако их быстродействие сильно зависит от выбора предобуславливателя с учетом особенностей вычислительной архитектуры и программной модели.

На сегодняшний день, в связи с ростом производительности вычислительных систем, все более актуальными становятся задачи связанные с воспроизведением течений в областях сложной формы и вокруг подвижных объектов [11, 12]. Задачи аппроксимации сложной геометрии области характерны, как для инженерных гидродинамических расчетов, так и при моделировании природно-климатических процессов.

При моделировании течений в областях сложной конфигурации применение криволинейных сеток, соответствующим границам области, требует больших вычислительных затрат для генерации сетки, особенно в задачах с движущимися или деформируемыми границами. Иной способ представления криволинейных границ состоит в использовании прямоугольных декартовых сеток, при этом необходимы дополнительные модификации исходной системы уравнений или численной схемы для аппроксимации краевых условий. Такой подход не зависит от конкретной геометрии области и не требует разработки сложных алгоритмов покрытия области криволинейными сетками, что делает его более привлекательным для реализации на параллельных вычислительных системах, в том числе для расчетов на графических процессорах. К методам, сочетающим криволинейные границы и декартовы сетки в задачах вычислительной гидродинамики, можно отнести: метод ступенчатого представления границы, метод скошенных ячеек [13] и метод погруженной границы [12]. Метод ступенчатого представления границы основан на совмещении узлов сетки и точек криволинейной границы. Для многих задач точность приближения границы ступеньками оказывается недостаточной. В методе скошенных ячеек изменяется форма ячеек, имеющих пересечение с границей, что нарушает однородность вычислительной сетки и приводит к схожим недостаткам, как и у методов, использующих адаптивные криволинейные сетки.

Метод погруженной границы был разработан в 70-ые годы двадцатого века для моделирования потока крови вокруг сердечного клапана [14]. Для выполнения краевых условий на криволинейной границе в уравнение движения добавлялась специальная функция силы, значение которой вычислялось из выполнения закона Гука для упругой границы. Применение данного метода и его аналогий для задач с твердыми границами приводит к жестким системам уравнений [15]. Позднее для подобных задач и для моделирования турбулентных потоков были разработаны варианты метода погруженной границы, в которых влияние криволинейной границы учитывается при численном решении задачи на основе известных полей скорости и заданных краевых условиях [12, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22]. Важным для точности аппроксимации геометрии области в этих методах являются способы интерполяции/экстраполяции значений в точках криволинейной границы, чем и объясняется большое разнообразие в существующих модификациях данного подхода. Различие в интерполяционных процедурах также необходимо учитывать при проектировании программных реализаций на графических процессорах. При решении задач с подвижными границами метод погруженной границы имеет очевидные достоинства по сравнению с методами, основанными на покрытии области криволинейными сетками, и успешно применялся для моделирования многих сложных течений [19].

В настоящей работе рассматриваются особенности решения гидродинамических задач со сложной геометрией на декартовых сетках и проблемы реализации связанных алгоритмов на графических процессорах. Для моделирования течения вязкой несжимаемой жидкости численно решается система уравнений Навье-Стокса. Проводится сравнение методов погруженной границы для аппроксимации граничных условий на криволинейных границах на примере метода, предложенного в работе [20] и метода фиктивных ячеек [16, 21, 22]. Сравнение основано, как на возможности эффективного использования архитектуры графических процессорах, так и способности методов достоверно воспроизводить течения в сложных областях со стационарными и подвижными криволинейными границами. Для большинства задач число точек, выбранных для дискретизации криволинейных границ, намного меньше общего числа точек прямоугольной сетки. В этом случае, доля вычислений, связанных с методом погруженной границы по сравнению с общим числом вычислений, как правило, не существенна. Тем не менее, при численном моделировании течений в областях со многими погруженными границами и/или нестационарной геометрией области, время вычислений, связанных с аппроксимацией краевых условий на криволинейных границах может значительно увеличиваться, что важно учитывать при реализации моделей на графических процессорах для равномерного ускорения всех частей алгоритма.

Применение проекционных методов для решения уравнений Навье-Стокса приводит к необходимости в решении уравнения Пуассона для выполнения уравнения неразрывности. Для решения этой задачи наиболее подходящим представляется применение итерационных методов CG, BiCGstab, GMRES и т.д. [10]. При этом для метода [20], в отличие от метода фиктивных ячеек, возможно построение симметричной матрицы системы линейных уравнений при дискретизации уравнения Пуассона. В работе рассматриваются реализации итерационных методов на графических процессорах, как для симметричных, так и для несимметричных матриц, а также проблемы, связанные с выбором подходящего предобусловливателя для данной вычислительной архитектуры.

Для организации вычислений на графических процессорах применяется технология программирования CUDA, а для распределения данными между несколькими картами используется библиотека MPI. Результаты сравнений и оценки эффективности реализации на графических процессорах приводиться на примере численного решения ряда двухмерных и трехмерных гидродинамических задач. Численно решаются двухмерные задачи о течении вокруг кругового цилиндра, течении вокруг массива из круговых цилиндров, а также трехмерная задача о течение вокруг сферы. В качестве задачи с нестационарной геометрией области рассматривается течение вокруг кругового цилиндра, совершающего вынужденные колебания и колебания, вызванные потоком набегающей жидкости.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Govett M. Using GPUs to run weather prediction models // Fourteenth workshop on use of high performance computing meteorology. 2010.
2. Henderson T. Progress on the GPU parallelization and optimization of the NIM global weather model // Fourteenth workshop on use of high performance computing in meteorology. 2010.
3. Stam J. Stable fluids // Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., New York. 1999. 121 - 128.
4. Harris M.J. Real-time cloud simulation and rendering. Ph.D. Dissertation, University of North Carolina, Chapel Hill, NC, 2003.
5. Li W., Wei X.M., Kaufman A. Implementing lattice Boltzmann computation on graphics hardware // Visual Computer. 2003. 19. 444-456.
6. Rossinelli D., Bergdorf M., Cottet G.-H., Koumoutsakos P. GPU accelerated simulations of bluff body flows using vortex particle methods // J. of Computational Physics. 2010. 229. 3316 – 3333.
7. Wesseling P. An Introduction to multigrid methods. John Wiley & Sons Ltd., 1992.

8. Ольшанский М.А. Лекции и упражнения по многосеточным методам. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та. 2003.
9. Molemaker J., Cohen J.M., Patel S., Noh J. Low viscosity flow simulations for animation // Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation, Eurographics Association, Aire-la-Ville, Switzerland, 2008.
10. van der Vorst H.A. Iterative Krylov methods for large linear systems. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
11. Liu C., Sheng X., Sung C.H. Preconditioned multigrid methods for unsteady incompressible flows // J. of Computational Physics. 1998. 139. 35 – 57.
12. Mittal R., Iaccarino G. Immersed boundary methods // Annual Review of Fluid Mechanics. 2005. 37. 239 – 261.
13. Kirkpatrick M.P., S.W. Armfield, Kent J.H. A representation of curved boundaries for the solution of the Navier-Stokes equations on a staggered three-dimensional Cartesian grid // J. of Computational Physics. 2003. 184. 1 – 36.
14. Peskin C.S. The fluid dynamics of heart valves: experimental, theoretical and computational methods // Annual Review of Fluid Mechanics. 1982. 14. 235 – 259.
15. Saiki E.M., Biringen S. Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: application of a virtual boundary method // J. of Computational Physics. 1996. 123. 450 – 465.
16. Tseng Y.-H., Ferziger J.H. A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry // J. of Computational Physics. 2003. 192. 593 – 623.
17. Mohd-Yosuf J. Combined immersed boundary/B-spline methods for simulation of flow in complex geometries // CTR Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research. Stanford: Stanford University Press, 1997. 317-328.
18. Balaras E. Modeling compex boundaries using an external force field on fixed Cartesian grids in large-eddy simulations // Computers and Fluids. 2004. 33. 375-404.
19. Yang J.M., Balaras E. An embedded-boundary formulation for large-eddy simulation of turbulent flows interacting with moving boundaries, J. of Computational Physics. 2006. 215. 12 – 40.
20. Su S.-W., Lai M.-C., Lin C.-A. An immersed boundary technique for simulating complex flows with rigid boundary // Computers and Fluids. 2007. 36. 313 - 324.
21. Винников В.В., Ревизников Д.Л. Применение декартовых сеток для решения уравнений Навье-Стокса в областях с криволинейными границами // Математическое моделирование. 2005. 17 (8). 15-30.
22. Мортиков Е.В. Применение метода погруженной границы для решения системы уравнений Навье-Стокса в областях сложной конфигурации // Вычислительные методы и программирование. 2010. 11. 32 – 42.