МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРНЫХ НЕУПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ГАЗОПЫЛЕВОГО ПРОТОПЛАНЕТНОГО ДИСКА

Т.В. Маркелова

Введение

Кроме Солнца с 1995 года найдено около 550 звезд с планетами и имеется еще 1790 кандидатов в подобные звезды. В дальнейшем число открытых звезд с экзопланетами будет только нарастать. Как была образована наша Солнечная и другие планетарные системы?

Для отдельной планетарной системы мы наблюдательно видим лишь краткое мгновение в, примерно, 100 миллионлетней общей истории зарождения. Поэтому воспроизвести основные этапы формирования звезд с планетами можно лишь методами математического моделирования.

Существует ряд подходов к моделированию формирования планет. Одна из таких моделей — «капельная» модель, описанная в статье Энеева Т.М., Козлова Н.Н.[1]. Такая модель исследует поздние стадии эволюции протопланетного диска без газовой дисковой подсистемы.

Для расчетов массивного диска в модели Энеева-Козлова необходимо дополнительно учитывать динамику газа. В этом случае может развиваться гравитационная неустойчивость и другие коллективные процессы, влияющие на дальнейшую эволюцию диска. На начальном этапе создания модели мы пренебрегли моментами вращения твердых тел. Однако в столкновениях проводится расчет величины тепловой энергии тел.

Математическая модель

Эволюцию газо-пылевого протопланетного диска можно описать с помощью системы уравнений, приведенной ниже.

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\partial f}{\partial \vec{r}}+\vec{a}\,\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}=St(f) \tag{1}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_g}{\partial t}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(r v_r \sigma_g)+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial \varphi}(v_\varphi \sigma_g)=0, \\ \dfrac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\dfrac{\partial v_r}{\partial r}+\dfrac{v_\varphi}{r}\dfrac{\partial v_r}{\partial \varphi}-\dfrac{{v_\varphi}^2}{r}=-\dfrac{1}{\sigma_g}\dfrac{\partial p}{\partial r}-\dfrac{\partial \Phi}{\partial r}+\dfrac{F_r}{\sigma_g}, \\ \dfrac{\partial v_\varphi}{\partial t}+v_r\dfrac{\partial v_\varphi}{\partial r}+\dfrac{v_\varphi}{r}\dfrac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi}-\dfrac{v_\varphi v_r}{r}=-\dfrac{1}{r\sigma_g}\dfrac{\partial p}{\partial \varphi}-\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \Phi}{\partial \varphi}+\dfrac{F_\varphi}{\sigma_g}, \end{cases} \tag{2}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}=4\pi G\rho. \tag{3}$$

где *f(t,r,u,m)*— одночастичная функция распределения по координатам *r*, скоростям *u* и массам *m*, а *St(f)* — член, через который учитываются неупругие столкновения, *p* — давление газа, давление является функцией от плотности газа, *v* – скорость газа, σ — поверхностная плотность газа, F — сила трения частиц о газ, Ф — гравитационный потенциал.

Уравнение Больцмана (1) описывает движение частиц пыли в диске. Для моделирования газовой динамики взята система (2). Уравнение (3) описывает самосогласованное гравитационное поле газа, твердой фазы и центрального тела. Введем основные физические параметры системы для приведения математической модели к безразмерному виду: диаметр диска R=10^10 км, масса центрального тела M=2*10^30 кг, гравитационная постоянная G= $6.672 \cdot 10^{-11}$ Н*м^2/кг^2.

Система уравнений была решена методом расщепления по физическим процессам, причем первое уравнение расщепляется на два: уравнение Власова и уравнение Смолуховского (4). Бесстолкновительная модель, содержащая только уравнение Власова и уравнения (2)-(3), подробно описана в работе [2]. Уравнение Смолуховского (4) описывает процесс слияния частиц.

$$\frac{\partial f(m_1,t)}{\partial t}=\frac{1}{2}\int_0^{m_1}\Phi(m_1-m,m)f(m_1-m,t)f(m,t)dm-f(m_1,t)\int_0^{\infty}\Phi(m_1,m)f(m,t)dm, \tag{4}$$

где *f* — функция распределения частиц, *f(m,t)dm* — средняя концентрация частиц физической системы, массы которых в момент времени *t* лежат в интервале *(m,m+dm)*. Ядро *Ф(m1,m2)* уравнения Смолуховского считается известной функцией слияния частиц с массами *m1* и *m2*, а ее численное значение пропорционально частоте слияния таких частиц в единице объема системы, то есть величине, обратной среднему времени жизни частиц с указанными массами. Конкретный вид ядра *Φ* получается на основании анализа явлений, обуславливающих взаимодействие частиц моделируемой физической системы.

Граничные и краевые условия

Начальное распределение плотности частиц и газа отвечает модели твердотельного вращения:

$$t = 0 : \sigma(r,\varphi) = \begin{cases} 3\sqrt{1-r^2}, r \le 1, \\ 0, r > 1. \end{cases}$$

Начальные скорости частиц определяются максвелловским распределением. Объемная плотность среды вне бесконечно тонкого диска равна нулю. На самом диске происходит разрыв нормальной производной потенциала, который позволяет получить граничное условие:

$$z = 0 : \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 2\pi\sigma = 2\pi \int f du_r du_\varphi$$

Численные методы

На каждом шаге по времени последовательно решаются все уравнения системы. Для решения кинетического уравнения Власова используется метод частиц в ячейках. В начальный момент времени модельные частицы одинаковой массы размещаются в области решения так, чтобы их количество было пропорционально плотности в ней и ее размеру. Частицы имеют скорость, равную скорости вещества в соответствующей точке. Для решения газодинамических уравнений использован метод крупных частиц Белоцерковского-Давыдова. Этот метод наиболее хорошо согласуется с методом частиц для решения уравнения Власова-Лиувилля и позволяет отслеживать границы газ-вакуум. Для решения уравнения Пуассона используется комбинированная схема с преобразованием Фурье по углу, последовательной верхней релаксацией по радиусу и прогонками по z. Применяемые методы описаны в работе [2]. Уравнение Смолуховского решалось методом прямого моделирования [4]. По модели неупругих столкновений могут слипаться частицы, лежащие в одной ячейке расчетной области. Размер ячейки для неупругих столкновений является входным параметром модели. Уравнения Власова и газовой динамики решаются в полярных координатах. Уравнение Пуассона (3) — в цилиндрической области. Для моделирования слияний частиц введена отдельная расчетная сетка в декартовых координатах.

Параллельная реализация программы.

При тестирование метода прямого моделирования столкновений установлено, что для погрешности вычислений менее 2 %, необходимо более 1000 частиц в ячейке. Для сетки 500x512 в плоскости диска для расчетов на персональной ЭВМ максимальное число частиц составляет примерно 10^7. При таких параметрах в одной ячейке находится около 800 частиц, что недостаточно для расчета неупругих столкновений. Чтобы увеличить число частиц, а так же сократить время расчета, необходимо использовать суперкомпьютеры.

Так как доля машинного времени, которая приходится на расчет газовой компоненты, не велика (около 1%), он выполняется на каждом из процессоров. Параллельная реализация решения уравнения Пуассона (3) осуществляется через распределение по процессорам гармоник потенциала, полученных в результате дискретного преобразования Фурье. Основная проблема, решаемая в работе, создать эффективный параллельный алгоритм для расчета столкновений частиц, число которых в ячейке составляет до 10^5. В каждой ячейке расчет производится автономно, но для этого все частицы ячейки должны находиться на одном процессоре. Поэтому для решения уравнения Власова и уравнения Смолуховского (4) применяется эйлерова декомпозиция области. После вычисления координат частиц требуется пересылка массивов плотности, а также обмен частицами, которые переместились в другие ячейки, между процессорами. На каждом шаге необходимо определять пересылаемые частицы. Для этого разработан алгоритм неполной сортировки массивов [3].

Алгоритмы были реализованы с использованием библиотеки MPI для ЭВМ с распределенной памятью. Расчеты проводились на базе Сибирского суперкомпьютерного центра СО РАН и на кластерах ИК СО РАН.

Численные эксперименты

Для тестовых расчетов был выбран такой набор параметров, при которых в диске образуются сгущения в виде концентрических колец плотности. Были проведены тестовые расчеты с учетом неупругих столкновений и без учета. Начальные данные приведены в таблице.

Таблица 1

Шаг по времени	0.004	Радиус расчетной области	9.0
Радиус диска частиц	2.0	Масса частиц	0.01
Радиальная дисперсия частиц	0.1	Радиус газового диска	2.0
Масса газа	0.5	Давление в центре	0.001
Показатель политропы	5/3	Коэффициент трения	0.1
Начальная масса звезды	1.0	Начальное число частиц	1 000 000

Сетка в цилиндрических координатах	100x128x100	Сетка для столкновений	100x100

В четыре момента времени через равные интервалы сравнивалась плотность пылевой компоненты (рис. 1, 2), а также в определенные моменты времени сравнивалась плотность вдоль оси Ох. Время Т=5 в безразмерных единицах соответствует одному обороту диска вокруг оси по начальному заданию расчетных параметров. Как видно из рис. 1, в момент времени Т=5 в пылевом диске образовались два кольца плотности, которые в дальнейшем оставались практически на тех же местах. Для расчета динамики диска с учетом неупругих столкновений было выбрано ядро, независящее от массы частиц. При сравнении результатов этих двух расчетов видно, что появление более тяжелых частиц не повлияло на общую динамику пылевого диска. Новые частицы продолжают двигаться по близким к старым траекториям.

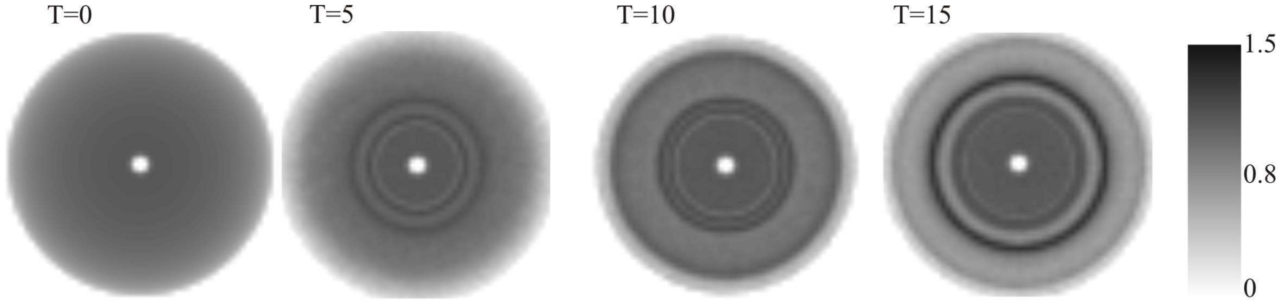

Рис.1 Логарифм плотности частиц для расчета в бесстолкновительном режиме в четыре момента времени.

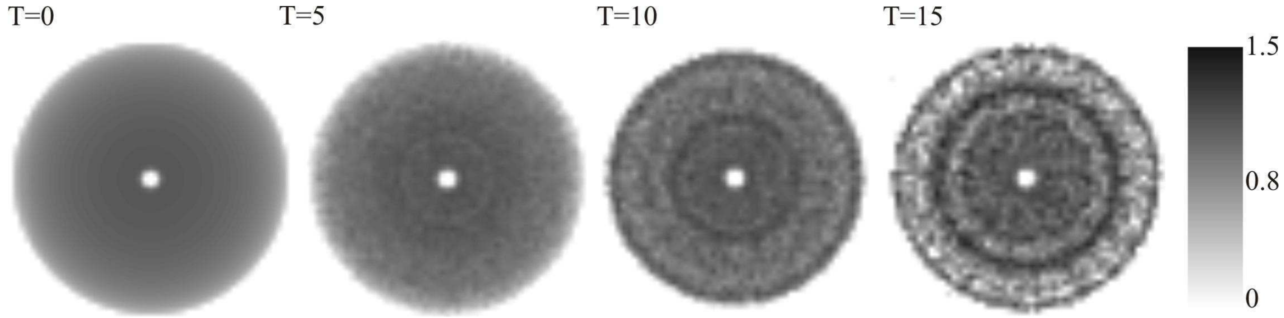

Рис. 2 Логарифм плотности частиц с учетом неупругих столкновений (нижний ряд) в четыре момента времени.

Параллельная версия программы позволяет производить расчеты с точностью, определяемой числом частиц в ячейке, в основном, при более 10 000 частиц в одной ячейке сетки для столкновений. Программа будет использоваться в дальнейших расчетах физических процессов в массивном диске, а также для изучения влияния коллективных процессов на развитие гравитационной неустойчивости в протопланетных дисках.

Работа была поддержана интеграционным проектом СО РАН (координатор ак. Михайленко Б.Г.), программами Президиума РАН (№ 21, 22, 28). Автор выражает признательность за научное руководство Снытникову В.Н.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Т.М. Энеев, Н.Н. Козлов «Модель аккумуляционного процесса формирования планетных систем» // Астрономический вестник. 1981. Т.XV, №2. С.80-94.
2. В.Н. Снытников, В.Н. Пармон, В.А. Вшивков, Г.И. Дудникова, С.А. Никитин, А.В. Снытников «Численное моделирование гравитационных систем многих тел с газом» // Вычислительные технологии. 2002. Т.7, № 3. С. 72-84.
3. В.А. Вшивков, Т.В. Маркелова, В.И. Шелехов «Об алгоритмах сортировки в методе частиц в ячейках.» // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2008. № 4. С. 79-92.
4. В.А. Галкин Уравнение Смолуховского. М: ФИЗМАТЛИТ. 2001. 336 с.