

О ПЕРСПЕКТИВАХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ УСКОРИТЕЛЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

К.А. Баркалов, А.В. Горшков

В данной работе представлены предварительные результаты экспериментов и дана оценка перспектив использования ускорителей МІС в задачах многоэкстремальной оптимизации. Рассматриваются задачи вида

$$\varphi(y^*) = \min\{\varphi(y) : y \in D, g_j(y) \leq 0, 1 \leq j \leq m\}, \quad (1)$$
$$D = \{y \in R^N : a_i \leq y_i \leq b_i, 1 \leq i \leq N\},$$

где целевая функция $\varphi(y)$ и левые части ограничений $g_j(y)$, $1 \leq j \leq m$, удовлетворяют условию Липшица с соответствующими константами L_j , $1 \leq j \leq m$.

Используя кривые типа развертки Пеано $y(x)$, однозначно отображающие отрезок $[0,1]$ на N -мерный гиперкуб D

$$D = \{y \in R^N : -2^{-1} \leq y_i \leq 2^{-1}, 1 \leq i \leq N\} = \{y(x) : 0 \leq x \leq 1\},$$

исходную задачу (1) можно редуцировать к одномерной задаче

$$\varphi(y(x^*)) = \min\{\varphi(y(x)) : x \in [0,1], g_j(y(x)) \leq 0, 1 \leq j \leq m\}, \quad (2)$$

что позволяет применить для ее решения эффективные алгоритмы одномерной оптимизации.

Рассматриваемая схема редукции размерности сопоставляет многомерной задаче с липшицевой минимизируемой функцией и липшицевыми ограничениями задачу (2), в которой соответствующие одномерные функции удовлетворяют условию Гельдера

$$|g_j(y(x')) - g_j(y(x''))| \leq K_j |x' - x''|^{1/N}, \quad x', x'' \in [0,1],$$

где N есть размерность исходной многомерной задачи, а коэффициенты K_j связаны с константами Липшица L_j исходной задачи соотношениями $K_j \leq 4L_j \sqrt{N}$. Учет ограничений задачи осуществляется по специальной индексной схеме. Ее характерной чертой является раздельная обработка каждого из ограничений задачи, штрафные функции не используются. В соответствии с индексной схемой каждая итерация метода включает последовательную проверку выполнимости ограничений задачи в этой точке (данная процедура называется в дальнейшем *испытанием*), а обнаружение первого нарушенного ограничения прерывает испытание и инициирует переход к точке следующей итерации. Различные варианты алгоритмов для решения одномерных задач и соответствующая теория сходимости представлены в работах [1], [2].

Появление в последнее время многоядерных ускорителей ставит задачу эффективной реализации алгоритмов глобальной оптимизации на новом оборудовании. Наиболее трудоемкой операцией в поставленной выше задаче глобальной оптимизации является проведение испытания в точке, которое сводится к вычислению значения сложной функции. Задача выполнения одновременных испытаний набора из многих точек потенциально является хорошо переносимой на современные ускорители. Однако если перенос на графический процессор требует изучения и применения дополнительной технологии (например, CUDA или OpenCL), а значит и значительной модификации существующего кода, то с появлением архитектуры Intel Many Integrated Core (MIC) задача переноса заметно упрощается. Это связано с тем, что для использования вычислительных возможностей современных сопроцессоров на базе Intel MIC достаточно знания таких хорошо известных технологий параллельного программирования, как OpenMP и MPI. Более того, перенос приложения на сопроцессор часто вообще не требует (или требует минимального) изменения существующего кода, что значительно ускоряет процесс его адаптации. Недавно появившийся в ННГУ ускоритель, построенный на базе архитектуры Intel MIC, позволяет на практике оценить эффект такого переноса. Имеющийся в нашем распоряжении сопроцессор Intel Xeon Phi SE10X, выполненный в соответствии с 22 нм техпроцессом, обладает 61 ядрами с тактовой частотой 1.1 ГГц и 4 ГБ встроенной памяти.

Очевидный способ распараллеливания решаемой задачи состоит разбиении исходной области поиска на несколько подобластей и решении нескольких подзадач на наборе одномерных отрезков. Однако в этом случае происходит существенная потеря информации, т.к. отдельный параллельный процесс не учитывает результаты итераций, выполненных другими процессами, что приводит к избыточности вычислений.

Эффективным является применение параллельных характеристических алгоритмов. Предложенная в работах [3], [4] схема распараллеливания применительно к использованию на МІС может быть организована следующим образом:

- управляющий процесс (реализующий обработку результатов испытаний) запускается на CPU;
- на каждой итерации управляющий процесс вычисляет p точек, в которых следует провести испытания;
- на ускорителе параллельно проводятся p испытаний, их результаты передаются на CPU;
- обработав результаты, управляющий процесс инициирует новую итерацию метода.

Предварительные эксперименты, проведенные на компьютере с 2-мя четырехъядерными процессорами Intel Xeon 5150, показывают хорошее ускорение (результаты решения одной из тестовых задач приведены в таблице).

Таблица 1

Процессы	Итерации метода	Ускорение
1	855	---
2	531	1,61
4	272	3,14
8	139	6,15

Таким образом, предварительные исследования показывают хорошие перспективы использования ускорителей МІС в параллельных характеристических алгоритмах глобальной оптимизации. В докладе на конференции будут представлены результаты экспериментов, выполненных на МІС.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 11-01-00682-а, гранта Президента РФ НШ-1960.2012.9, а также проекта Минобрнауки №14.В37.21.0393.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Р.Г. Стронгин, К.А. Баркалов. О сходимости индексного алгоритма в задачах условной оптимизации с ϵ -резервированными решениями // Математические вопросы кибернетики. М.: Наука, 1999. С. 273 – 288.
2. К.А. Баркалов, Р.Г. Стронгин. Метод глобальной оптимизации с адаптивным порядком проверки ограничений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2002., Т.42, №9. С. 1338–1350.
3. R.G. Strongin, Ya.D. Sergeyev, V.A. Grishagin. Parallel Characteristical Algorithms for Solving Problems of Global Optimization // Journal of Global Optimization, v.10, 1997. P. 185–206.
4. Ya.D. Sergeyev, V.A. Grishagin. Parallel asynchronous global search and nested optimization scheme // J. Comput. Anal. Appl. 2001. v.3, №2. P.123–145.