

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ

Н. В. Малявин

Введение

Перспективы развития энергетики XXI века в настоящее время связываются с решением проблемы управляемого термоядерного синтеза. Теоретические и практические исследования в этой области ведутся с 50-х годов прошлого века [1]. Первые экспериментальные результаты с положительным КПД были получены в Китае в 2007 году.

Существует несколько подходов к осуществлению управляемого термоядерного синтеза, но наиболее хорошо исследованным и перспективным является синтез с использованием Токамака.

Токамак (тороидальная камера с магнитными катушками) — тороидальная установка для удержания плазмы с помощью магнитных полей [2].

Цель данной работы – компьютерное моделирование состояния плазмы в Токамаке на основе системы уравнений магнитной гидродинамики с помощью метода конечных элементов. Рассматривается упрощенная нестационарная модель магнитной гидродинамики для случая цилиндрической симметрии. В рамках этой модели исследуется явление, известное в литературе как “current hole” [3], заключающееся в том, что с течением времени плотность тока в центральной зоне полоидального сечения Токамака принимает значения близкие к нулю. Данное явление было экспериментально обнаружено в токамаках JT-60 и JET в 2001 г. [4, 5]. С его изучением связывают проблему обеспечения устойчивого удержания плазмы в Токамаке.

Программная реализация метода конечных элементов осуществляется с помощью FreeFem++, открытого пакета для решения дифференциальных уравнений в частных производных [6]. Изучаются возможности и перспективы параллелизации алгоритма в пакете FreeFem++ с использованием технологии MPI.

Теоретическая часть

В предположении осевой симметрии в тороидальной плоскости и равной нулю кривизне тора (т. е. рассматривается тор, вырожденный в цилиндр) рассмотрим следующую упрощенную модель состояния плазмы в Токамаке [7]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial t} = [\psi, \phi] + \eta(J - J_c), \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} = [\omega, \phi] + [\psi, J] + \nu \Delta \omega, \\ J = \Delta \psi, \\ \omega = \Delta \phi. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь ψ – магнитный поток, ϕ – потенциал скорости, J – плотность тока, ω – завихренность, η – сопротивление, ν – вязкость плазмы, J_c – начальная плотность тока. $[\cdot, \cdot]$ – скобки Пуассона:

$$[u, v] = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}.$$

В рамках поставленной задачи компьютерного моделирования неизвестными параметрами являются функции ψ, ϕ, J, ω . На границе расчетной области задается условие Дирихле: $\psi = \phi = J = \omega = 0$. В начальный момент времени $\phi = \omega = 0, J = J_c$, функция ψ в начальный момент времени соответствует решению уравнения Грэда-Шафранова [1]:

$$-R \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} \right) - \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = J_c. \quad (2)$$

Для численной реализации системы (1) проведена дискретизация по времени на основе разностной схемы Кранка-Николсона [8, 9]. На каждом временном шаге решение системы осуществлялось методом конечных элементов. Программная реализация алгоритма проведена средствами пакета FreeFem++.

Экспериментальная часть

На рисунке 1 представлены графические интерпретации плотности тока в полоидальном сечении Токамака в различные моменты времени, измеряемые в секундах. В момент времени $t = 0$ (см. рисунок 1(а)) явление “current hole” не наблюдается. В момент времени $t = 1250$ (см. рисунок 1(б)) в центральной зоне

образуется область с плотностью тока близкой к нулевой. Распределение плотности тока в момент $t=2500$ представлено на рисунке 1(в). Компьютерное моделирование до момента времени $t=20000$ показывает, что распределение плотности тока не стабилизируется и имеет поведение близкое к периодическому.

Потребность в исследовании явления “current hole” приводит к необходимости проведения многократных компьютерных симуляций для различных параметров задачи. В связи с этим, вопрос повышения производительности алгоритма является весьма актуальным. Реализация метода конечных элементов сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений большой размерности с разреженной матрицей. Существует множество различных библиотек для эффективного решения разреженных систем, в том числе, поддерживающих параллельные вычисления в пакете FreeFem++. Проведён сравнительный анализ эффективности использования библиотек MUMPS и SuperLU для реализации поставленной задачи при использовании до четырёх потоков.

В ближайшей перспективе планируется проведение вычислительных экспериментов на вычислительном кластере ДВФУ на большем числе потоков. Также планируется проведение моделирование для случая полоидального сечения D-образной формы, соответствующей конфигурациям существующих токамаков.

Благодарности

Автор выражает благодарность НОЦ СКТ – Дальний Восток за техническую и финансовую поддержку проведенных исследований.

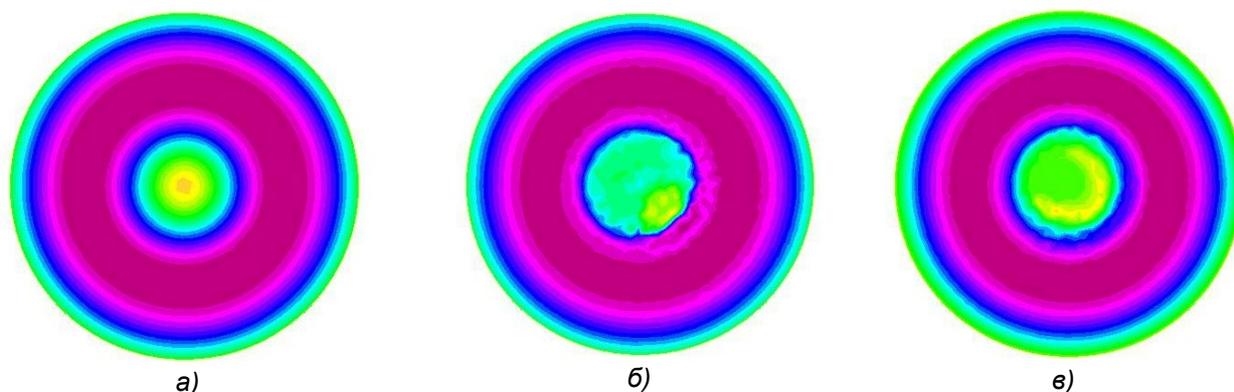


Рис. 1. Распределение плотности тока в моменты времени: а) $t=0$, б) $t=1250$, в) $t=2500$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. К. В. Брушлинский, В. В. Савельев. Магнитные ловушки для удержания плазмы. Мат. Моделирование, Т. 11 № 5, 1999, с. 3-36.
2. http://www.femto.com.ua/articles/part_2/4106.html - Токамак - статья из Физической энциклопедии.
3. B. Després, R. Sart. Reduced resistive MHD in Tokamaks with general density. ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, Vol. 46, 2012, pp 1081-1106.
4. T. Fujita, T. Oikawa, T. Suzuki, S. Ide, Y. Sakamoto, Y. Koide, T. Hatae, O. Naito, A. Isayama, N. Hayashi, H. Shirai, Plasma Equilibrium and Confinement in a Tokamak with Nearly Zero Central Current Density in JT-60U, Physical Review Letters Vol. 87 № 24, 245001, 2001.
5. G. Huysmans, T.C. Hender, N.C. Hawkes, X. Litaudon, MHD Stability of Advanced Tokamak Scenarios with Reversed Central Current: An Explanation of the “Current Hole”, Physical Review Letters Vol. 87 № 24, 245002, 2001.
6. <http://www.freefem.org/ff++/index.htm> - FreeFem++ Website.
7. D. Biskamp. Nonlinear magnetohydrodynamics. Cambridge University Press, 1997.
8. C. Hirsch. Numerical computations of internal and external flows // Fundamentals of numerical discretization, Vol. 1, John Wiley & Sons, 1988.
9. O. Czarny, G Huysmans. Bezier surfaces and finite elements for mhd simulations // Journal of computational physics, Vol. 227 № 16, 2008, p. 7423-7445.