

ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА ПРИ УСТОЙЧИВОЙ СТРАТИФИКАЦИИ

Е.В. Мортиков

Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М.В. Ломоносова

Турбулентное течение Куэтта – течение вязкой жидкости между двумя параллельными пластинами относительно подробно исследовано для случая нейтральной стратификации как в рамках лабораторных экспериментов [1], так и с помощью численного моделирования [6, 8]. Однако работ, посвященных изучению динамики и структуры турбулентного потока при наличии устойчивой стратификации значительно меньше. С точки зрения численного моделирования можно выделить статью [4], где представлены расчеты при числах Рейнольдса, определяемого по расстоянию между пластинами и разницы их скоростей, до 11.2×10^4 и числах Ричардсона до 0.1. Постановка экспериментов соответствовала значению динамического числа Рейнольдса ~ 540 , что не позволило получить численную реализацию режима, сочетающего сильную стратификацию и развитую турбулентность [2]. Такой режим представляет особый интерес для изучения динамики атмосферного пограничного слоя и океанических течений при устойчивой стратификации, оценки применимости параметризаций турбулентных потоков импульса и тепла, используемых в крупномасштабных моделях.

Настоящая работа посвящена прямому численному моделированию турбулентного плоскопараллельного течения Куэтта при устойчивой стратификации в интервале чисел Рейнольдса от 10^4 до 20×10^4 . Получены оценки вторых и третьих центральных моментов поля скорости, давления и температуры. На основе определения ряда безразмерных параметров рассматриваются особенности структуры турбулентного течения. В работе также обсуждаются особенности построения численных моделей и их программных реализаций для прямого расчета турбулентных течений при больших числах Рейнольдса на сетках, содержащих до 10^{10} ячеек. Вычислительные эксперименты проводились на системах суперкомпьютерного комплекса Московского университета.

Численная модель основана на конечно-разностной дискретизации системы уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска на прямоугольной сетке с разнесенным способом задания зависимых переменных в ячейках. Течение Куэтта рассматривается в периодической по горизонтальным осям области при заданной скорости и температуре, согласованной с условием устойчивой стратификации потока, на вертикальных стенках. Для пространственной аппроксимации по осям параллельным движимым пластинам используется схема 4-го порядка точности, предложенная в работе [7]. В нормальном направлении сетка неравномерна, разрешение увеличивается вблизи пристеночных областей, а дискретизация ограничена схемой 2-го порядка [9]. Нелинейные слагаемые в уравнении движения записываются в кососимметричной форме, что обуславливает консервативность пространственной дискретизации в уравнении для баланса кинетической энергии.

Метод дробных шагов применяется для интегрирования уравнения движения по времени с учетом уравнения неразрывности. Для вычисления поправки к давлению на каждом шаге численно решается конечно-разностное уравнение Пуассона с помощью стабилизированного метода бисопряженных градиентов. Геометрический многосеточный метод с V циклом используется в качестве предобуславливателя. Следует отметить, что матрица предобуславливателя неявно строится для матрицы системы уравнений, соответствующей центрально-разностной аппроксимации уравнения Пуассона 2-го порядка. Численные расчеты показывают, что такой подход не приводит к значимому замедлению сходимости, однако позволяет сократить вычисления и уменьшить число обменов данными между параллельными процессами. Вспомогательная последовательность сеток многосеточного метода, получаемая при огрублении исходной сетки, строится на основе алгоритма, предложенного в статье [5]. На каждой сетке выполняется несколько итераций сглаживания методом последовательной верхней релаксации для красно-черного упорядочивания узлов. Операторы проекции на грубую сетку и продолжения на точную сетку соответствуют билинейной интерполяции, согласованной с введенным оператором осреднения для пространственной дискретизации.

Программная реализация основана на трехмерной пространственной декомпозиции области и использовании функций библиотеки MPI для организации обменов. В качестве вычислительного элемента, связанного с MPI процессом, допускается задание некоторого подмножества ядер центрального процессора. Для использования дополнительного параллелизма между ядрами одного узла применяется технология OpenMP. Численная модель основана на пространственной дискретизации уравнений на прямоугольных сетках и использовании явных схем по времени. Такой выбор упрощает распределение вычислений по параллельным процессам и уменьшает число необходимых коммуникаций.

Численное моделирование турбулентного течения Куэтта предъявляет значительные требования к быстродействию и масштабируемости программной реализации, что связано как с необходимостью в явном воспроизведении все меньших пространственно-временных масштабов при повышении числа Рейнольдса, так и увеличением общего времени интегрирования системы для установления стационарного режима и интервала

осреднения по времени при усилении стратификации. Важным с точки зрения эффективности при расчетах на большом числе вычислительных ядер представляется реализация алгоритма выполнения итераций метода последовательной верхней релаксации. В данном случае обмены данными между MPI процессами, следующие за проходом по узлам сетки одного цвета, объединяются за счет расширения фиктивных сечений, а область последующих вычислений последовательно уменьшается. Таким образом удается добиться значительного перекрытия асинхронных MPI обменов с вычислениями. Дальнейшее переупорядочивание итераций и совмещение циклов обхода по красным и черным точкам [3, 10] позволяет повысить эффективность использования кэш-памяти.

Применение методов оптимизации программы для минимизации обращений к медленной памяти и уменьшения доли обменов между параллельными процессами позволило проводить расчеты стратифицированного течения Куэтта при разбиении вычислительной сетки по отдельным ядрам центрального процессора на подобласти, содержащие до 5×10^5 ячеек.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Bech K.H., Tillmark N., Alfredsson P.H., Andersson H.I. An investigation of turbulent plane Couette flow at low Reynolds numbers // *J. Fluid Mech.* 1995. V. 286. P. 291-325.
2. Brethouwer G., Billant P., Lindborg E., Chomaz J.-M. Scaling analysis and simulation of strongly stratified turbulent flows // *J. Fluid Mech.* 2007. V. 585. P. 343-368.
3. DeLong M.A. SOR as a preconditioner. PhD Thesis, University of Virginia, 1997. 101 P.
4. García-Villaba M., Azagra E., Uhlmann M. A numerical study of turbulent stably-stratified plane Couette flow. In: *High performance computing in science and engineering* (Ed.: Nagel W.E. et al.). Berlin: Springer-Verlag, 2010. 604 P.
5. Larsson J., Lien F.S., Yee E. Conditional semicoarsening multigrid algorithm for the Poisson equation on anisotropic grids // *J. Comp. Phys.* 2005. V. 208, N 1. P. 368-383.
6. Lee M.J., Kim J. The structure of turbulence in a simulated plane Couette flow. In: *Eighth symp. on turbulent shear flow*. Munich: Technical Univ. of Munich, 1991. P. 5.3.1-5.3.6.
7. Morinishi Y., Lund T.S., Vasilyev O.V., Moin P. Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flows // *J. Comp. Phys.* 1998. V. 143, N 1. P. 90-124.
8. Tsukahara T., Kawamura H., Shingai K. DNS of turbulent Couette flow with emphasis on the large-scale structure in the core region // *J. Turbulence*. 2006. V. 7, N 19.
9. Vasilyev O.V. High order finite difference schemes on non-uniform meshes with good conservation properties // *J. Comp. Phys.* 2000. V. 157, N 2. P. 746-761.
10. Weiß C. Data locality optimizations for multigrid methods on structured grids. PhD Thesis, 2001. Technische Universität München. 181 P.