

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО НАТЕКАНИЯ ПОТОКА ВОДЫ НА ОДИН И ДВА РЯДА ТРЕХМЕРНЫХ ПРЕПЯТСТВИЙ

А.И. Храбрый<sup>1</sup>, Д.К. Зайцев<sup>1</sup>, Е.М. Смирнов<sup>1</sup>, В.Д. Горячев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

<sup>2</sup> Тверской государственный технический университет

## Введение

Одним из наиболее разрушительных видов течений жидкости со свободной поверхностью является натекание потока воды, вызванное, к примеру, цунами или обрушением дамбы, на находящиеся на суше дома и постройки. Изучение таких течений важно для минимизации их негативных последствий. Среди вопросов, которые интересуют исследователей, можно выделить изучение характера течения при взаимодействии потока с препятствиями и величины нагрузок, действующих на препятствия, при их различном взаимном расположении.

Течения данного класса являются нестационарными, турбулентными, как правило, трехмерными и сопровождаются сильной деформацией свободной поверхности. Перед препятствием может возникать отрыв пристенного пограничного слоя от горизонтальной поверхности, по которой течет поток. Этот отрыв, вызванный формированием области повышенного давления вблизи «наветренной» стороны обтекаемого препятствия, может существенно влиять на конфигурацию течения и, следовательно, на величины нагрузок, действующих на препятствия. Для аккуратного учета турбулентных эффектов при численном моделировании рассматриваемых течений, в том числе для правильного предсказания отрыва пограничного слоя, необходимо обеспечить решение, практически сошедшее по сетке. Это означает необходимость использования весьма густых расчетных сеток в целом по расчетной области, в сочетании с сильным сгущением к нижней стенке (так называемых «низкорейнольдсовых» сеток). Данные требования в условиях необходимости проведения нестационарных трехмерных расчетов приводят к большим затратам вычислительных ресурсов, что до недавнего времени делало подобные расчеты невозможными – расчеты проводились в упрощенных постановках, например, в рамках приближения «мелкой воды» [1], принципиально не позволяющего описать отрыв пограничного слоя вблизи стенок. Сегодня, с развитием вычислительной техники и распространением многопроцессорных систем, численные исследования течений рассматриваемого класса, на основе полных уравнений гидродинамики становятся все более актуальными. Соответственно, возникает потребность в разработках и апробации эффективных вычислительных средств, обеспечивающих возможность проведения расчетов сложных течений с сильной деформацией свободной поверхности и позволяющих достичь высокого качества пространственного и временного разрешения эволюционирующего потока.

Настоящая работа посвящена численному моделированию натекания потока воды на один и два ряда трехмерных препятствий. Расчеты выполнены с использованием кода внутреннего пользования Flag-FS. В целях проверки работоспособности реализованной в коде Flag-FS численной методики, предварительно рассматривается тестовая задача для случая одиночного препятствия и проводится сопоставление с экспериментальными данными. Проводится обстоятельная проверка сеточной чувствительности решения.

## Численная методика и программная реализация

В настоящей работе для проведения расчетов течений со свободной поверхностью использовалась авторская версия кода внутреннего пользования Flag-S, разрабатываемого на кафедре гидроаэродинамики СПбГПУ, и исходно не предназначенного для расчета таких течений. Программа получила название Flag-FS. От исходного кода Flag-S она унаследовала следующие основные свойства. Используются неструктурированные расчетные сетки (в общем случае с полиэдральными ячейками), что позволяет проводить расчеты течений в областях сложной геометрии. Аппроксимация уравнений производится по методу конечных объемов, в котором изменение той или иной величины в центре ячейки расчетной сетки связывается с потоками этой величины через грани ячейки. Дискретизируемые уравнения гидродинамики изначально должны быть записаны в консервативной форме, а поток величины через смежную грань двух ячеек должен быть одинаковым для обеих ячеек, чтобы обеспечить баланс величины в расчетной области в целом. Потоки величин через грани вычисляются с использованием схем второго порядка, оперирующих со значениями, как самой величины, так и ее градиента в центрах смежных к грани ячеек. Аппроксимация по физическому времени также имеет второй порядок. Для «перевязывания» полей скорости и давления в итерационном процессе, реализуемом на каждом шаге по времени, используется метод SIMPLEC. Для предотвращения осцилляций в поле давления используется коррекция Рхи-Чоу.

Код исходно ориентирован на проведение параллельных вычислений на многопроцессорных системах. Распараллеливание расчетов производится путем разбиения расчетной области на соприкасающиеся блоки примерно равного размера (технология “domain decomposition”). Для решения уравнений, описывающих движение среды внутри каждого блока, создается отдельный процесс, оперирующий своим набором данных в

численного решения производятся обмены данными между блоками. При этом важно обеспечить «прозрачность» границ, то есть разбиение расчетной области на блоки не должно сказаться на получаемом решении. Поскольку разбиение расчетной области проводится по сеточным линиям, для «прозрачности» границ требуется, чтобы потоки величин через грани, по которым проходит граница соседних блоков, были одинаковыми для смежных ячеек, находящихся в разных блоках. В коде Flag-S это обеспечивается следующим образом. Для каждого из блоков создается ряд «заграничных» ячеек, повторяющих соседние ячейки из смежного блока, как это показано на рис. 1. При реализации в коде численных схем второго порядка для вычисления потока величины через смежную грань двух ячеек необходимо знать лишь значения самой величины и ее градиента в центрах этих ячеек. Для обеспечения «прозрачности» необходимо передать лишь значения величин и градиентов из приграничных ячеек каждого блока в соответствующие «заграничные» ячейки соседних блоков. При этом необходимо учитывать, что при вычислении градиента величины в ячейке сетки необходимо использовать значения этой величины из соседних ячеек. В силу этого обстоятельства передача данных между блоками осуществляется в два этапа: сначала передаются значения величин, по которым в каждом из блоков вычисляются их градиенты, и затем передаются вычисленные градиенты. Далее по всем граням блока (включая и находящиеся на межблочной границе) потоки величин вычисляются одинаковым образом. Обмены данными между блоками производятся по технологии MPI, что позволяет производить расчеты на кластерных системах с разделенной памятью.

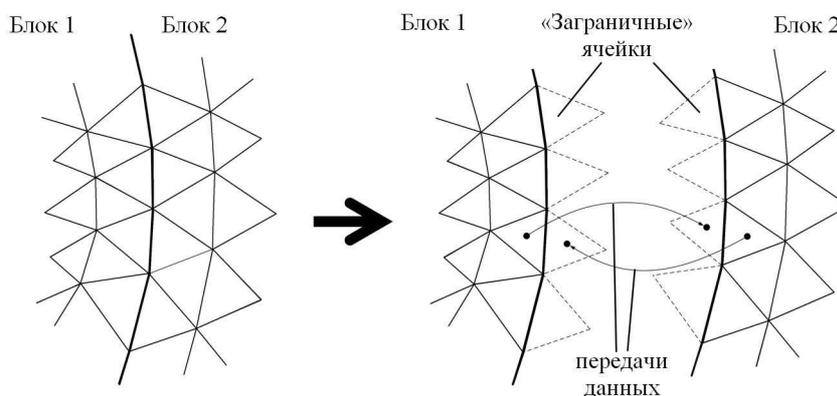


Рис. 1. Передача данных при стыковке блоков

Для решения СЛАУ, возникающих в результате аппроксимации и линеаризации исходных уравнений, используются итерационные методы сопряженных и бисопряженных градиентов. При этом на каждой итерации решения СЛАУ осуществляются необходимые межблочные обмены.

В процессе разработки специализированного авторского кода Flag-FS предстояло решить ряд вопросов по обеспечению эффективности численной методики, ориентированной на расчеты сложных течений со свободной поверхностью при умеренных затратах вычислительных ресурсов [2].

Для определения положения свободной поверхности был выбран метод Volume of Fluid (VOF) [3], пригодный для расчета течений с сильной деформацией свободной поверхности и при этом относительно экономичный в отношении вычислительных затрат. Метод является одним из популярных в настоящее время, он реализован во многих известных коммерческих кодах вычислительной гидродинамики (CFD-кодах). В этом методе для определения положения свободной поверхности используется распределение специальной величины  $C$ , называемой маркер-функцией и представляющей собой объемную долю жидкости в ячейках расчетной сетки (газу соответствует значение  $C=0$ , жидкости –  $C=1$ , свободной поверхности соответствует изоповерхность  $C=0,5$ ). В так называемой «одножидкостной» формулировке метода VOF уравнения гидродинамики решаются «насквозь», как для единой среды с переменными свойствами, выражаемыми через величину  $C$  по следующим соотношениям:

$$\rho = C\rho_{\text{ж}} + (1 - C)\rho_{\text{г}} \quad (1)$$

$$\mu = C\mu_{\text{ж}} + (1 - C)\mu_{\text{г}} \quad (2)$$

Здесь  $\rho$  – плотность среды,  $\mu$  – динамическая вязкость среды, индексы «ж» и «г» относятся к жидкости и газу соответственно.

Поскольку объемная доля жидкости, очевидно, сохраняется вдоль траекторий, динамика маркер-функции описывается уравнением конвективного переноса. Однако, это уравнение не является консервативным и не подходит для использования в рамках концепции метода конечных объемов (не позволяет обеспечить сохранение объема жидкости в расчетной области в целом). Для приведения к консервативной форме уравнение (1) совместно с уравнением неразрывности преобразуется в уравнения (3) и (4). Это преобразование проводится в предположении несжимаемости жидкости и газа. Кроме того, тождественно было преобразовано уравнение движения к виду (5) [2]. Запись в виде (5) с оригинальным представлением конвективных слагаемых позволяет избежать нефизичных осцилляций в решении, вызываемых большим перепадом значений плотности вблизи межфазной границы. В итоге уравнения, описывающие движение среды, приобрели следующий вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (C\vec{v}) = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) - \vec{v} \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \vec{g} \quad (5)$$

Здесь  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{g}$ ,  $\rho$ ,  $\mu$  - соответственно векторы скорости, ускорения свободного падения, плотность среды и динамическая вязкость,  $\boldsymbol{\tau}$  – тензор вязких напряжений (в формулировке для случая несжимаемых жидкости и газа).

Запись в форме (5) может быть обобщена на случай уравнений переноса (6) любой физической величины  $\phi$  – это может быть компонента скорости или параметр турбулентности (в настоящей работе для учета эффектов турбулентности использовалась двухпараметрическая  $k$ - $\omega$  SST модель [4]):

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \phi \vec{v}) - \phi \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = RHS \quad (6)$$

где  $RHS$  – это сумма источниковых и диффузионных членов.

При создании кода Flag-FS особое внимание было уделено выбору эффективной численной схемы для решения конвективного уравнения переноса для маркер-функции  $C$  (3). Известно, что «стандартные» противоточные схемы первого и второго порядка, традиционно применяемые для аппроксимации конвективных слагаемых, неприменимы для решения уравнения (3) конвективного переноса маркер-функции, так как приводят к нефизичному «размытию» межфазной границы на множество ячеек расчетной сетки из-за эффектов численной диффузии. В силу этого обстоятельства, при решении данного уравнения, как правило, применяются специализированные, т.н. «сжимающие» схемы. В работе [5] было проведено систематическое сравнение возможностей нескольких таких схем, по результатам которого для реализации в коде Flag-FS была отобрана схема M-CICSAM [6] как способная работать при больших шагах по времени и менее чувствительная к качеству расчетной сетки. Также было показано, что для аппроксимации по времени в уравнении переноса маркер-функции предпочтительно использовать схему Кранка-Николсон. Вместе с тем, выяснилось, что в отдельных случаях остаточное «размытие» межфазной границы, присущее и схеме M-CICSAM, может приводить к возникновению нефизичных газовых (воздушных) вихрей в численном решении [7]. Для решения данной проблемы была предложена оригинальная методика «обострения» фронта [7].

Кроме того, выяснилось, что при расчете растекания слоя жидкости по сухой стенке, в случае сильно вытянутых пристенных ячеек «низкорейнольдсовой» расчетной сетки, у стенки остается нефизичная тонкая прослойка воздуха: в силу малых скоростей жидкости непосредственно вблизи стенки (из-за условия прилипания) воздух не вытесняется натекающей жидкостью. В результате сильно искажается величина трения о стенку и, как следствие, неправильно предсказывается отрыв пограничного слоя перед препятствием. Для устранения данного артефакта, проявляющегося при использовании метода VOF, была применена специальная численная методика искусственной диффузии маркер-функции вблизи стенки.

При совместном решении системы (3) – (6) в целях экономии вычислительных ресурсов была реализована методика, позволяющая выполнять несколько дробных шагов по времени для уравнения переноса маркер-функции, приходящихся на один шаг для уравнений гидродинамики [2].

### Тестирование вычислительной модели

Для проверки работоспособности реализованной в коде Flag-FS вычислительной методики, а также для выбора подходящих расчетных сеток были проведены расчеты натекания потока воды на одиночное препятствие, в условиях, для которых есть представленные в литературе экспериментальные данные. Эксперимент проводился в Морском научно-исследовательском институте Нидерландов (MARIN); результаты измерений приводятся, в частности, в [8]. Схема эксперимента и расчетное положение свободной поверхности на момент времени 0,64 с приведены на рис. 2. Перед началом эксперимента вода удерживалась у одной из сторон бака, имеющего форму параллелепипеда, вертикальной перегородкой. В начальный момент времени перегородка резко убиралась и вода начинала растекаться в свободную часть бака, где на расстоянии 117 см от начального положения перегородки, на равном расстоянии от боковых сторон бака, располагалось препятствие в форме параллелепипеда. Проводились замеры давления в точках  $P_1$  и  $P_3$ , находящихся на наветренной стороне препятствия, в плоскости симметрии, на высоте 2,5 см и 9,9 см соответственно (см. рис. 2).

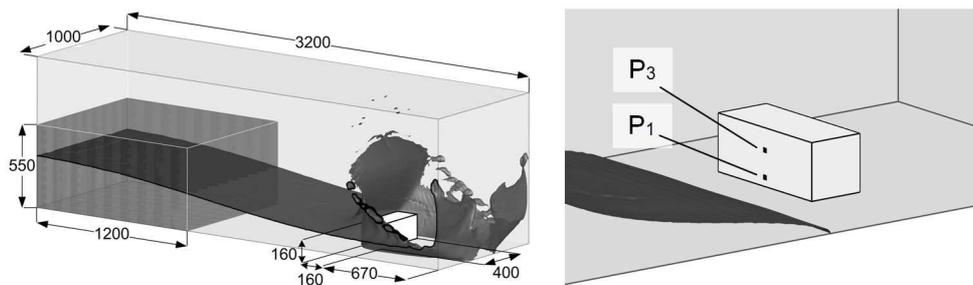


Рис. 2. Схема эксперимента MARIN и расчетное положение свободной поверхности на момент времени 0,64 с (слева). Все размеры даны в миллиметрах

Предварительно для выбора расчетной сетки были проведены двумерные расчеты в постановке, соответствующей плоскости симметрии исходной задачи (использовались сетки с прямоугольными ячейками). Было установлено, что для получения сеточно-независимого решения в основной части расчетной области ячейки сетки должны иметь размер не более 1 см. Разрешения сетки у нижней стенки должно быть высоким, чтобы обеспечить максимальное вдоль стенки значение нормированной координаты ближайшей к стенке расчетной точки  $y^+$  порядка единицы. Продольный размер пристенных ячеек берется при этом в 500 раз больше поперечного. С учетом этих требований размерность расчетной сетки для трехмерной задачи (поставленной в предположении симметрии течения относительно средней продольной плоскости) составляла 2,1 млн. ячеек.

В ходе двумерных тестовых расчетов исследовалось также влияние шага по времени. Оптимальный шаг составил 0,002 с. В этом случае на протяжении преимущественной части вычислительного процесса расчета число Куранта во всех ячейках расчетной области не превосходило 0,8 (в некоторые моменты времени в небольших зонах течения достигало нескольких единиц), и в целом обеспечивается высокая точность результатов.

Для решения трехмерной тестовой задачи использовался вычислительный кластер с 64 ядрами и процессорами типа AMD Opteron 6300. При этом коэффициент эффективности распараллеливания вычислений составлял около 0,7.

Графики зависимостей давления в точках  $P_1$  и  $P_3$  от времени, полученные в трехмерном расчете и в эксперименте, приведены на рис. 3. Видно, что имеет место хорошее согласование результатов расчета с экспериментальными данными. Таким образом, методику, реализованную в коде Flag-FS, можно считать пригодной для расчета течений рассматриваемого класса, включая определение величины нестационарного давления, действующего на стенки препятствий.

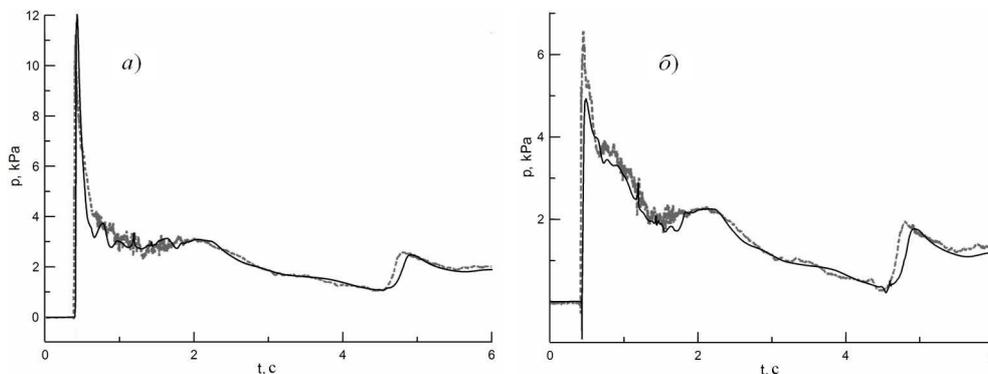


Рис. 3. Зависимости давления в точках  $P_1$  (а),  $P_3$  (б) во времени. Серая пунктирная линия – эксперимент MARIN, черная сплошная линия – расчет

### Результаты расчетов для одного и двух рядов препятствий

Рассматривалось натекание потока на препятствия, выстроенные поперек потока в один или два бесконечных ряда. Во втором случае препятствия выстроены в шахматном порядке, что представляет модель возможного расположения зданий в прибрежной зоне, с «защитным» первым рядом из зданий меньшей высоты. Поток воды создается за счет растекания вертикальной колонны жидкости высотой 55 см и длиной 120 см (рис. 4). Первый ряд препятствий находится на расстоянии 116 см от колонны жидкости. Второй ряд – на расстоянии 16 см за ним (в расчете с одним рядом препятствий отсутствовал ряд препятствий меньшей высоты). Препятствия имели форму параллелепипедов с основанием 16x16 см. Препятствия первого ряда имели высоту 16 см, второго ряда – 90 см. Давление замерялось в точках  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$ , находящихся на линии симметрии наветренной стороны препятствия, на высоте 10 см, 20 см и 30 см соответственно.

Ширина области течения, как и ряды препятствий, полагалась бесконечной. В такой постановке вертикальная плоскость, ориентированная вдоль потока и проходящая через середину любого препятствия,

область можно выбрать относительно узкой, идущей в поперечном направлении от середины низкого препятствия до середины соседнего с ним высокого препятствия (на продольных вертикальных границах области при этом ставились условия симметрии).

Использовалась расчетная сетка с ячейками того же размера, что и для представленного выше трехмерного теста, как в основной части расчетной области, так и вблизи нижней стенки. Временной шаг, как и прежде, составлял 0,002 с.

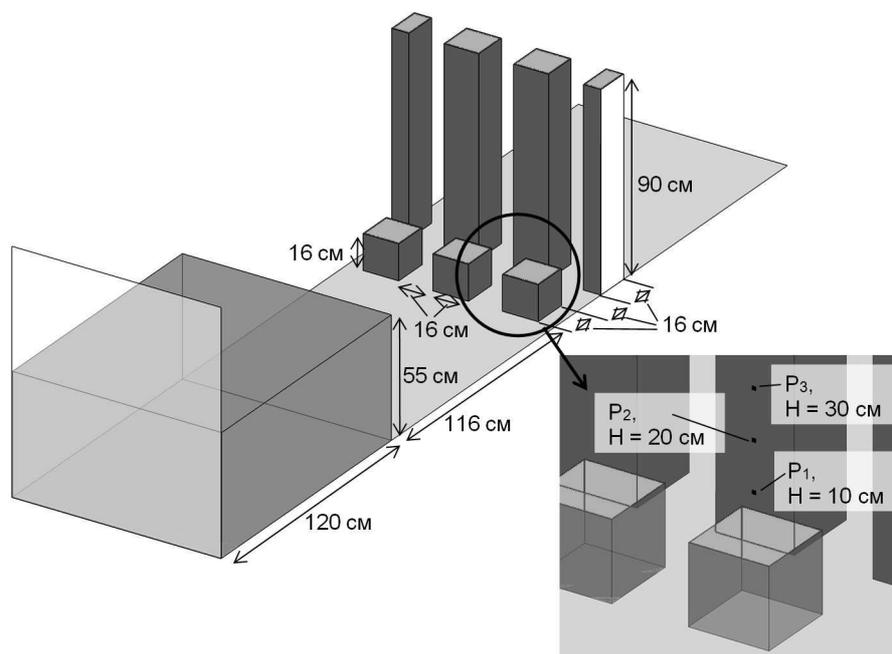


Рис. 4. Постановка задачи о натекании воды на ряд препятствий

Результаты расчетов для вариантов с одним и двумя рядами препятствий приведены на рис. 5 и 6 (для удобства восприятия визуализированных картин течения расчетные поля размножены с учетом симметрии, присущей задаче). Видно, что характер течения в двух расчетах отличается существенно. При отсутствии первого ряда поток ударяется в нижнюю часть высоких препятствий. При этом возникает всплеск, сначала поднимающийся вверх вдоль стенок препятствий, а затем опрокидывающийся назад, навстречу потоку. При наличии же первого ряда кубических препятствий поток сначала ударяется о них. При этом возникают мощные всплески, которые ударяются во второй ряд препятствий, налетая на них вплоть до середины их высоты. Это различие заметно проявляется на графиках изменения давления в точках  $P_2$  и  $P_3$  (см. рис. 6): при наличии первого ряда препятствий имеет место значительное и резкое повышение давления в этих точках, отвечающее тому моменту, когда всплески, вызванные обтеканием препятствий первого ряда, ударяются в препятствия второго ряда. Примечательно, что временные зависимости давления в нижней точке  $P_1$  для двух сопоставляемых вариантов оказались значительно более близкими друг к другу.

На основании проведенных расчетов можно сделать важный вывод о том, что при шахматном расположении препятствий первый ряд приводит не к уменьшению силового воздействия на второй ряд (как можно было бы предположить), а к ее увеличению.

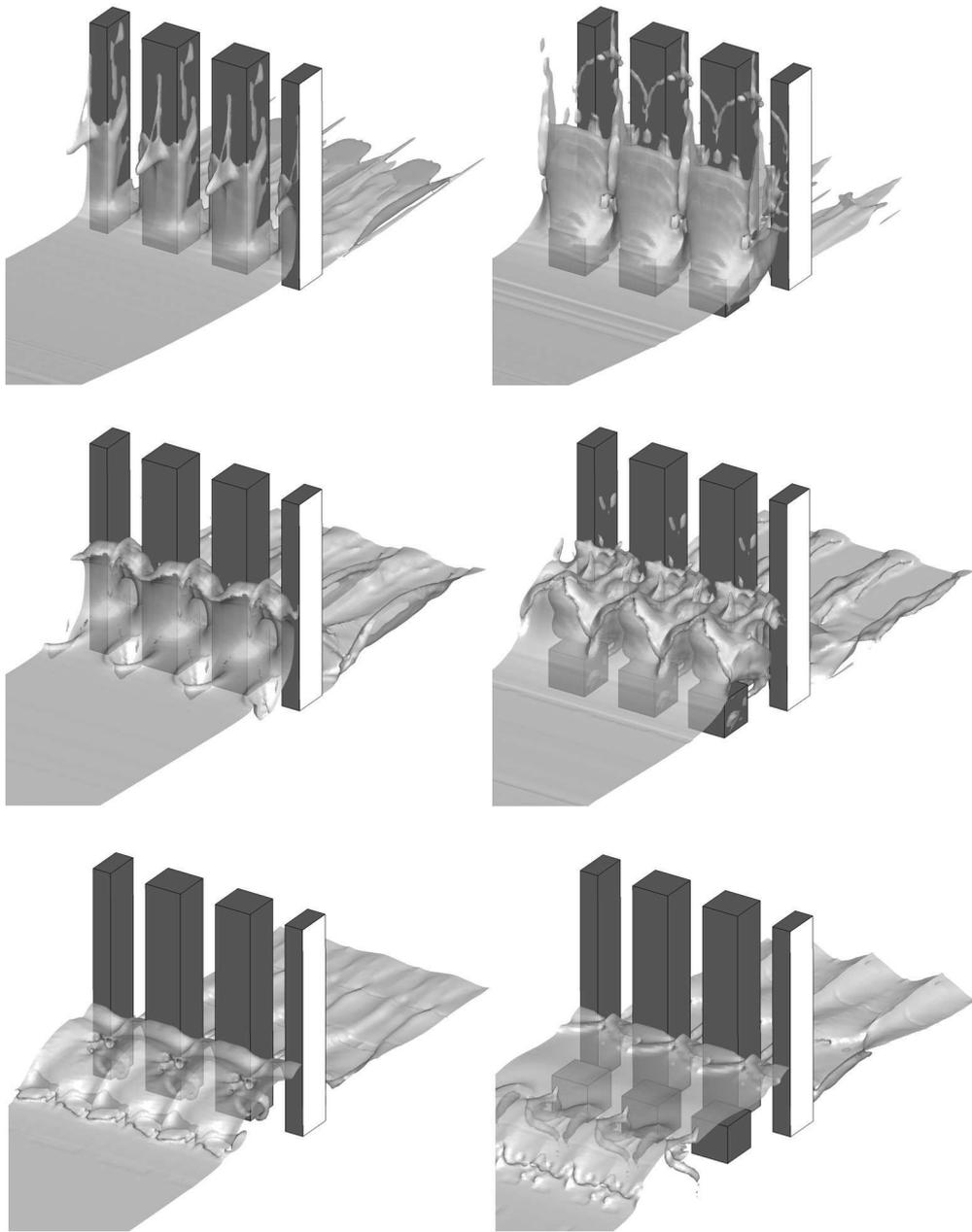
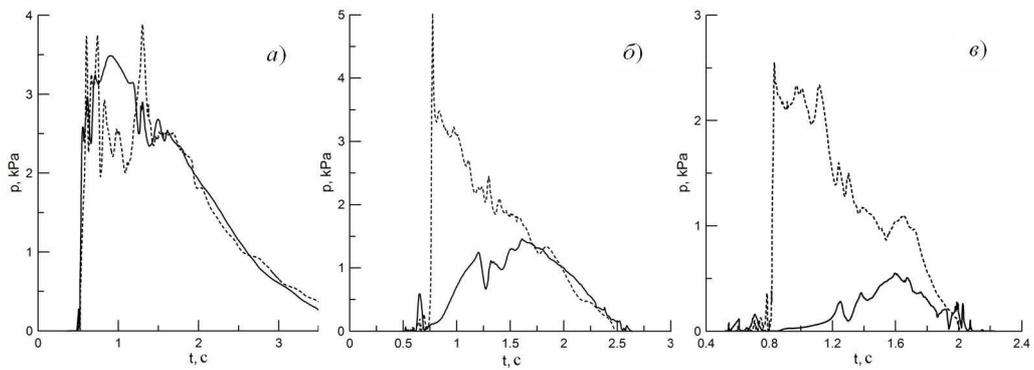


Рис. 5. Положения свободной поверхности воды в моменты времени 0,8 с (верхний ряд), 1,2 с (средний ряд) и 2,0 с (нижний ряд), результаты расчетов при отсутствии первого ряда препятствий (слева) и при его наличии (справа)



(пунктирная линия) и при его отсутствии (сплошная линия)

### **Заключение**

Разработан и протестирован вычислительный инструментарий (специализированный код Flag-FS), обеспечивающий возможность проведения суперкомпьютерных расчетов сложных нестационарных течений с сильной деформацией свободной поверхности и позволяющий достичь высокого качества пространственного и временного разрешения эволюционирующего потока, включая вязкий отрыв.

Проведены расчеты нестационарного натекания потока воды на один и два ряда трехмерных препятствий, в форме кубов и параллелепипедов. Показано, что наличие первого «защитного» ряда препятствий, в случае расстановки препятствий в шахматном порядке, лишь усиливает нагрузки, действующие на второй ряд со стороны потока.

### **Благодарности**

Авторы благодарят РФФИ за поддержку работы по гранту № 14-07-00065.

### **ЛИТЕРАТУРА:**

1. Федотова З.И., Чубаров Л.Б. Численное моделирование наката цунами // Proceedings of International Conference RDAMM–2001, 2001, Vol. 6, Part 2, Special Issue, P. 380–396.
2. Храбрый А.И., Зайцев Д.К., Смирнов Е.М. Численное моделирование течений со свободной поверхностью на основе метода VOF // Труды Крыловского государственного научного центра. 2013, Выпуск 78 (362), С. 53–64.
3. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF). Method for the dynamics of free boundaries // Journal of Computational Physics. 1981, Vol. 39, P. 201–226.
4. Menter F. R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, Ed: K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, Begell House, Inc., 2003, P. 625–632.
5. Khrabry A.I., Smirnov E.M., Zaytsev D.K. Solving the Convective Transport Equation with Several High-Resolution Finite Volume Schemes: Test Computations // Computational Fluid Dynamics 2010, New-York, Springer, 2011, 954 p., P. 535–540.
6. Waławczyk T., Koronowicz T. Remarks on prediction of wave drag using VOF method with interface capturing approach // Archives of Civil and Mechanical Engineering. 2008, Vol. 8, P. 5-14.
7. Khrabry A.I., Smirnov E.M., Zaytsev D.K. Free surface flow computations using the M-CICSAM scheme added with a sharpening procedure // Proceedings of the 6th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2012), Vienna, Austria, 10-14 September, 2012. CD-ROM proceedings. Vienna University of Technology, Austria, ISBN: 978-3-9502481-9-7, 2 p.
8. Kleefsman K.M.T., Fekken G., Veldman A.E.P. A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems // Journal of Computational Physics. 2005, Vol. 206, P. 363–393.